

Hochfrequente Anregung einzelner Elektronen und Rückkopplungen eines Ladungsdetektors in gekoppelten Quantenpunkten

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwigs-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Daniel Harbusch
geboren in München

München, Mai 2011

Erstgutachter: PD Dr. Stefan Ludwig
Zweitgutachter: Prof. Dr. Stefan Kehrein
Tag der mündlichen Prüfung: 21.7.2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Zweidimensionales Elektronensystem	5
2.2	Der Quantenpunktkontakt	7
2.3	Quantenpunkte	9
2.3.1	Coulomb Blockade	10
2.3.2	Linienform	12
2.3.3	Nichtlinearer Transport	13
2.4	Doppelquantenpunkte	15
2.4.1	Klassisches Modell des Doppelquantenpunkts	16
2.4.2	Quantenmechanisches Zweiniveausystem	20
2.4.3	Kohärente Ladungssoszillationen	21
2.4.4	Kohärenter Transport mittels adiabatischer Passage	24
2.5	Gepulste Anregungen	27
2.5.1	Benötigte Bandbreite	27
2.5.2	Modell für inkohärente Übergänge durch Tunneln	29
2.6	Rückkopplungen eines Ladungsdetektors auf ein Quantenpunkt- system	33
2.6.1	Quantenmechanische Wechselwirkungen	34
2.6.2	Schrotrauschen	35
2.6.3	Indirekte Coulomb-Wechselwirkung	37
2.6.4	Phononen Wechselwirkungen	38
3	Probenherstellung	43
3.1	Optische Lithographie	43
3.1.1	Definieren der Mesa	44
3.1.2	Ohmsche Kontakte	44
3.1.3	Gatter	45
3.2	Elektronenstrahlolithographie	46
3.3	Bonden	47
3.4	Hochfrequenzbauteile	47

3.4.1	Streifenleiter auf Saphir Substrat	48
3.4.2	Strukturieren des Platinenmaterials für Hochfrequenzprobenhalter	49
4	Messaufbau	51
4.1	Kryostat	51
4.2	Erdung	52
4.3	Verkabelung	53
4.3.1	DC-Gatterzuleitungen	54
4.3.2	Stromführende Kabel	56
4.4	Hochfrequenzverkabelung	59
4.4.1	Thermisch induziertes Rauschen	61
4.4.2	Streifenleiter zur thermischen Ankopplung	63
4.4.3	Dämpfungsglieder	65
4.4.4	Frequenzgang der Hochfrequenzleitungen	69
4.4.5	<i>Bias tees</i>	72
4.4.6	Hochfrequenzprobenhalter	76
4.5	Messtechnik	81
4.5.1	DC-Messung	81
4.5.2	<i>Lock-In</i> Messung	84
4.5.3	Gepulste Messung	88
5	Messergebnisse	93
5.1	Charakterisierung der Quantenpunkte	93
5.1.1	Temperatur des Elektronensystems	95
5.1.2	Ladeenergie	96
5.1.3	Ladungsdetektion mittels eines Quantenpunktkontakts	98
5.1.4	Doppelquantenpunkte	99
5.1.5	Dreifachquantenpunkte	101
5.1.6	Externes Rauschen	103
5.2	Rückkopplungen des Ladungsdetektors	107
5.2.1	Telegraphenrauschen	107
5.2.2	Phononen versus Photonen	112
5.2.3	Arbeitspunkt des Detektors	125
5.3	Gepulste Messungen	128
5.3.1	Kalibrieren des Messaufbaus	128
5.3.2	Dynamik in Quantenpunkten und verwendete Pulsfolge	131
5.3.3	Abhängigkeit von der Tunnelkopplung	134
5.3.4	Relaxations- und Tunnelraten	138
5.3.5	Kohärente Effekte	141
A	Anhang	151
A.1	Heterostruktur	151

A.2 Prozessparameter	152
A.3 Hochfrequenz Komponenten	154
Literaturverzeichnis	155

Kapitel 1

Einleitung

Mit den Mitteln der Quanteninformationsverarbeitung sind einige sehr effektive Algorithmen möglich, wie zum Beispiel der Shor-Algorithmus zum Faktorisieren von großen Zahlen [1, 2, 3]. Auf einem klassischen Computer steigt der Rechenaufwand beim Faktorisieren mit jeder zusätzliche Ziffer exponentiell an, auf einem Quantencomputer dagegen polynomial. Da eine sehr verbreitete Verschlüsselungstechnik auf dem Faktorisieren von Zahlen beruht, ist dies auch von großem sicherheitstechnischen Interesse.

Grundbaustein zur Quanteninformationsverarbeitung ist das Qubit, die elementare Einheiten für Quanteninformationen, das die quantenmechanische Entsprechung eines klassischen Bits darstellt.

Die Realisierung eines Quantencomputers stellt sich allerdings als äußerst herausfordernd dar. Um ein physikalisches System für Quanteninformationsverarbeitung nutzen zu können [2, 3], müssen fünf Kriterien erfüllt sein, die von David DiVincenzo aufgestellt wurden [4].

1. Das System muss wohldefinierte Qubits besitzen und skalierbar sein.
2. Die Qubits müssen in einen bekannten Zustand initialisiert werden können.
3. Die Kohärenzzeit des Systems muss deutlich länger als die für eine Gatteroperation benötigte Zeit sein.
4. Es muss ein universeller Satz von Gatteroperationen vorliegen.
5. Es muss möglich sein, die Qubits gezielt zu messen.

Systeme aus zwei gekoppelten Quantenpunkten stellen ein ideales Modellsystem dar, das als voll kontrollierbares quantenmechanisches Zweiniveausystem (was nichts anderes als ein Qubit ist), betrachtet werden kann. Solche Doppelquantenpunkte bieten sich daher für den Test von Konzepten zur Quanteninformationsverarbeitung an.

Wendet man die DiVincenzo-Kriterien also auf ein System von elektrostatisch definierten, gekoppelte Quantenpunkten an, in denen die Ladung einzelner Elektronen Qubits darstellen, ist der erste und zweite Punkt im Prinzip relativ einfach mit Messungen erfüllbar, die bei niedrigen Frequenzen arbeiten. Punkt drei stellt die wahrscheinlich schwierigste Anforderung dar, da Ladungsqubits aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung stark an die Umgebung koppeln und sehr anfällig für elektromagnetische Störungen sind. Die Kohärenzzeiten sind entsprechend kurz und liegen in der Größenordnung von einigen Nanosekunden [5]. Als alternativen Ansatz kann man auch den Spinfreiheitsgrad der Elektronen zur Definition eines Qubits nutzen. Dieser koppelt deutlich schlechter an die Umgebung und weist daher längere Kohärenzzeiten auf [6, 7].

Um Punkt vier zu erfüllen, muss das System sehr präzise und gleichzeitig schnell manipulierbar sein, was im Fall von lateral definierten Quantenpunkten hochfrequente Strom- oder Spannungspulse erfordert. Punkt fünf ist mit der Verwendung von Ladungsdetektoren möglich, die jedoch auch Rückkopplungen auf das zu untersuchende System verursachen und damit die Kohärenzzeit verkürzen. Die hochfrequente Anregung von Elektronen und die Rückkopplungen von Ladungsdetektoren bilden in dieser Arbeit den Schwerpunkt.

Dabei soll diese Arbeit, auf dem Weg in Richtung eines Quantencomputers, zur Verbesserung des Verständnisses der zugrunde liegenden physikalischen Phänomene beitragen und zielt weniger darauf ab, einen funktionierenden Quantencomputer zu bauen. Insbesondere die Realisierung des CTAP Protokolls (Die Abkürzung steht für *coherent transport by adiabatic passage*) in einem Dreifachquantenpunkt, das in Kapitel 2.4.4 erläutert wird, ist ein wichtiges Ziel das mit dieser Arbeit ein Stück vorangebracht werden konnte [8, 9, 10]. Bei CTAP wird ein Elektron mittels einer speziellen Pulsfolge kohärent vom ersten in den dritten Quantenpunkt befördert. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im zweiten Quantenpunkt ist dabei gleich Null, was die Anfälligkeit gegenüber externen Störungen während des Transports minimieren soll.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Kapitel zwei befasst sich mit den theoretischen Grundlagen. In diesem Kapitel wird die Physik von zweidimensionalen Elektronensystemen und den elementaren Bausteinen wie Quantenpunktkontakten und Quantenpunkten erläutert, die in diesem System definiert werden können. Des weiteren wird die Theorie von Zweiniveausystemen beschrieben sowie kohärente Effekte, die in diesen auftreten. Das CTAP Protokoll wird erklärt. Außerdem wird auf gepulste Anregungen von Elektronen in Quantenpunkten eingegangen. Der letzte Abschnitt von Kapitel zwei behandelt die theoretischen Grundlagen zu Rückkopplungen eines Ladungsdetektors auf ein Quantenpunktsystem.

Im dritten Kapitel wird die Prozessierung der verwendeten Proben sowie die Herstellung einiger Hochfrequenzkomponenten erklärt.

Das vierte Kapitel befasst sich mit einer ausführlichen Beschreibung des Messaufbaus. Dies beinhaltet unter anderem die Hochfrequenzverkabelung, verschiedene verwendete Filter und die Messtechnik.

Den Hauptteil bildet das Kapitel fünf, in dem die Messergebnisse vorgestellt werden. Das Kapitel gliedert sich in drei Unterkapitel.

In Abschnitt 5.1 erfolgt eine Charakterisierung der Quantenpunkte sowie eine Bestimmung der Temperatur des Elektronensystems. Anschließend wird anhand von Messungen das Prinzip der Ladungsdetektion mit Hilfe eines kapazitiv an die Quantenpunkte gekoppelten Quantenpunktkontaktes verdeutlicht. Der Übergang von Doppel- zu Dreifachquantenpunkten sowie verschiedene mögliche Gattergeometrien werden beschrieben. Abschnitt 5.1 schließt mit Untersuchungen des externen Rauschens.

In Unterkapitel 5.2 werden anhand von Experimenten Rückkopplungen eines Quantenpunktkontakt Ladungsdetektors auf das zu untersuchende Quantenpunktsystem diskutiert und unter welchen Umständen man diese Rückkopplungen detektieren kann. Dabei wird zunächst das Phänomen des Telegraphenrauschens erläutert, das durch einen Quantenpunktkontakt ausgelöst werden kann und ein möglicher Indikator für Rückkopplungen ist. In einem Spektroskopieexperiment wird dann Energieaustausch zwischen Quantenpunktkontakt und Doppelquantenpunkt über akustische Phononen und über Coulomb-Wechselwirkung untersucht. Schließlich erfolgen noch einige Überlegungen, wie man Rückkopplungen durch einen geschickten Einsatz des Quantenpunktkontakts reduzieren kann.

Abschnitt 5.3 befasst sich zunächst mit Messungen zur Charakterisierung des Hochfrequenzaufbaus. Anschließend wird ein Pulsschema vorgestellt mit dem man Tunnelraten und Energierelaxationszeiten von Elektronen in Doppelquantenpunkten bestimmen kann. Verschiedene Kopplungsregime des Quantenpunktsystems an die Zuleitungen werden untersucht und exemplarisch die Tunnelraten und Relaxationsraten gemessen. Am Ende von Abschnitt 5.3 werden noch Ansätze zur Bestimmung der Kohärenzzeit vorgestellt und erste Messdaten dazu diskutiert.

Das sechste Kapitel liefert schließlich eine Zusammenfassung dieser Arbeit.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der durchgeführten Experimente erläutert. Das Kapitel gliedert sich wie folgt:

Der Abschnitt 2.1 beschäftigt sich mit zweidimensionalen Elektronensystemen, deren Realisierung und Eigenschaften. Im 2.2 wird die Physik des Quantenpunktkontakts beschrieben. In Abschnitt 2.3 wird auf einzelne Quantenpunkte und das Phänomen der Coulomb Blockade eingegangen, während Abschnitt 2.4 Systeme aus gekoppelten Quantenpunkten behandelt. Hier wird unter anderem auf kohärente Effekte in Quantenpunkten eingegangen und die Idee zu kohärentem Ladungstransfer mittels adiabatischer Passage erläutert. Abschnitt 2.5 behandelt die Theorie zu gepulsten Anregungen in Quantenpunkten. Dort wird auch ein Ratenmodell hergeleitet, das später auf die Messungen angewendet wird. Unterkapitel 2.6 geht schließlich auf mögliche Rückkopplungen eines als Ladungsdetektor verwendeten Quantenpunktkontakts auf ein System von gekoppelten Quantenpunkten ein. Dabei werden verschiedene Kopplungsmechanismen verglichen.

2.1 Zweidimensionales Elektronensystem

Die Grundlage für sämtliche hier diskutierte Phänomene ist ein zweidimensionales Elektronensystem (2DES), das in einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur realisiert wird. Abbildung 2.1 zeigt eine Skizze der Schichtenfolge und der Leitungsbandkante in Wachstumsrichtung des Kristalls und damit senkrecht zum 2DES. In der hier verwendeten Heterostruktur (W. Wegscheider, D040124A, siehe Anhang A.1) sind nur die obersten 70nm homogen mit Silizium dotiert, der Rest undotiert [11]. Durch die Kombination von unterschiedlichen Bandlücken und einem elektrischen Feld aufgrund von Ladungstrennung, bildet sich 90nm un-

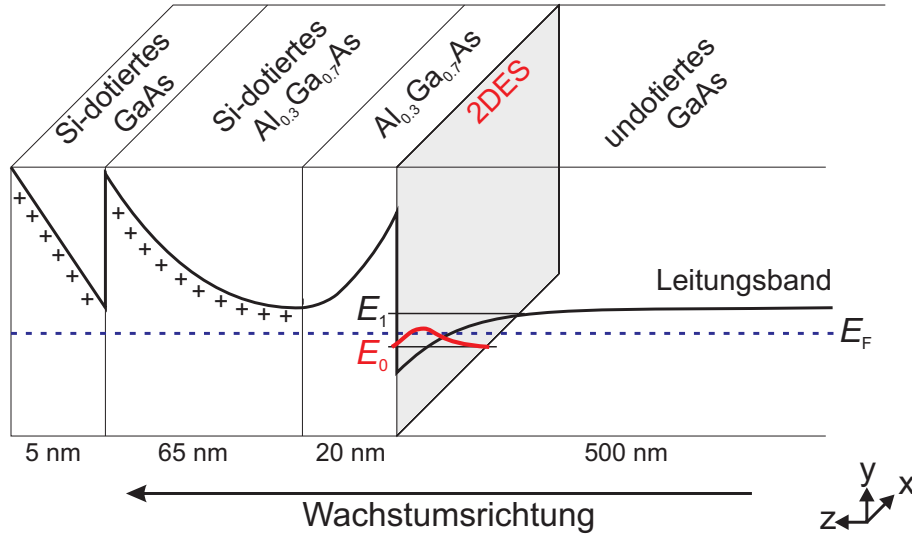


Abbildung 2.1: Skizze der Leitungsbandkante in einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur. Im Silizium dotierten Bereich sind die verbleibenden Ionenrümpfe der Donatoratome mit + angedeutet. Die Elektronen der Donatoren sammeln sich im 2DES. Die Wellenfunktion der Elektronen im untersten besetzten Energieniveau E_0 ist ebenfalls skizziert.

ter der Oberfläche, an der Grenzschicht zwischen AlGaAs und GaAs, ein näherungsweise dreieckiger Potentialtopf für Leitungsbandelektronen [12]. In diesem Bereich, der sich im Wesentlichen im GaAs befindet, liegt das Leitungsband unterhalb der Fermienergie E_F . Die Elektronen können sich hier frei in der x-y-Ebene (senkrecht zur Wachstumsrichtung) bewegen.

Die Wellenfunktion der Elektronen innerhalb eines Potentialtopfes, den man in guter Näherung als dreieckig annehmen kann, wird mit Airy-Funktionen beschrieben [12]. Dabei wird jedoch eine verschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der AlGaAs Barriere vorausgesetzt. In einer selbstkonsistenten Lösung der Schrödingergleichung erhält man eine Wellenfunktion, die auch einen gewissen Überlapp mit der AlGaAs Barriere aufweist [13, 14, 15, 16]. Um Streuung aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung an den Ionenrümpfen der Donatoren zu minimieren, die im AlGaAs zurückbleiben, wird daher für Heterostrukturen mit möglichst hoher Mobilität ein undotierter Abstand (in diesem Fall 20 nm) zwischen 2DES und Dotierschicht eingefügt [17].

Die Zustandsdichte ist in einer solchen Heterostruktur durch

$$D(E) = \frac{m_e^*}{\hbar^2 \pi} \sum_n \Theta(E - E_n) \quad (2.1)$$

gegeben [18]. Hier beschreibt $m_e^* = 0.067 m_e$ die effektive Masse des Elektrons in GaAs bei tiefen Temperaturen [19], m_e die Elektronenmasse, $\hbar = h/2\pi$ und h das

Planksche Wirkungsquantum, Θ die Heaviside Stufenfunktion, E die Energie eines Elektrons und E_n die Eigenenergien der Subbänder in Wachstumsrichtung. Bei richtiger Wahl der Wachstumsparameter ist in der leitfähigen Schicht unterhalb von E_F nur das unterste Subband E_0 besetzt. In diesem Fall spricht man von einem zweidimensionalen Elektronensystem, dessen Zustandsdichte nach Gleichung 2.1 unabhängig von der Energie ist. Hier ist die Bewegung der Elektronen in z-Richtung eingeschränkt, in der x-y-Ebene ist die mittlere freie Weglänge bei tiefen Temperaturen jedoch groß und kann mehrere zehn Mikrometer betragen, was in der Größenordnung typischer Probenabmessungen liegt.

In der hier verwendeten Heterostruktur, die am Lehrstuhl von Prof. W. Wegscheider an der Universität Regensburg gewachsen wurde, ist laut Wachstumsprotokoll (bei einer Temperatur von $T = 1\text{ K}$) die Ladungsträgerdichte $n_e = 2.78 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ und die Beweglichkeit $\mu = 1.4 \times 10^6\text{ cm}^2/\text{Vs}$. Daraus lässt sich die Fermienergie E_F gemäß

$$E_F = \frac{\hbar^2 \pi n_e}{m_e^*} \simeq 10\text{ meV} \quad (2.2)$$

berechnen. Die mittlere freie Weglänge l_m beträgt

$$l_m = \frac{\hbar \mu}{|e|} \sqrt{2\pi n_e} \simeq 12\text{ }\mu\text{m} \quad (2.3)$$

und die Fermiwellenlänge

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_e}} \simeq 48\text{ nm}, \quad (2.4)$$

wobei e hier die Elementarladung darstellt. Bringt man auf die Oberfläche der Heterostruktur metallische Gatterelektroden auf, so kann man die Bewegung der Elektronen im 2DES auch innerhalb der x-y-Ebene einschränken [20, 21]. Legt man an ein solches Gatter eine negative Spannung an, werden die Elektronen im 2DES darunter aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung verdrängt und es bildet sich unter dem Gatter eine Potentialbarriere. Ist das 2DES unter dem Gatter bereits komplett verarmt und senkt man die Spannung noch weiter ab, so werden immer mehr Elektronen auch in der Umgebung des Gatters verdrängt. Die Fläche des komplett verarmten Bereiches nimmt somit zu.

2.2 Der Quantenpunktkontakt

Eine der einfachsten Nanostrukturen, die man in einem 2DES mit Hilfe von Gatterelektroden definieren kann, ist der Quantenpunktkontakt (engl.: *quantum point contact*, QPC) [22, 23]. Ein QPC stellt eine kurze eindimensionale Einschnürung

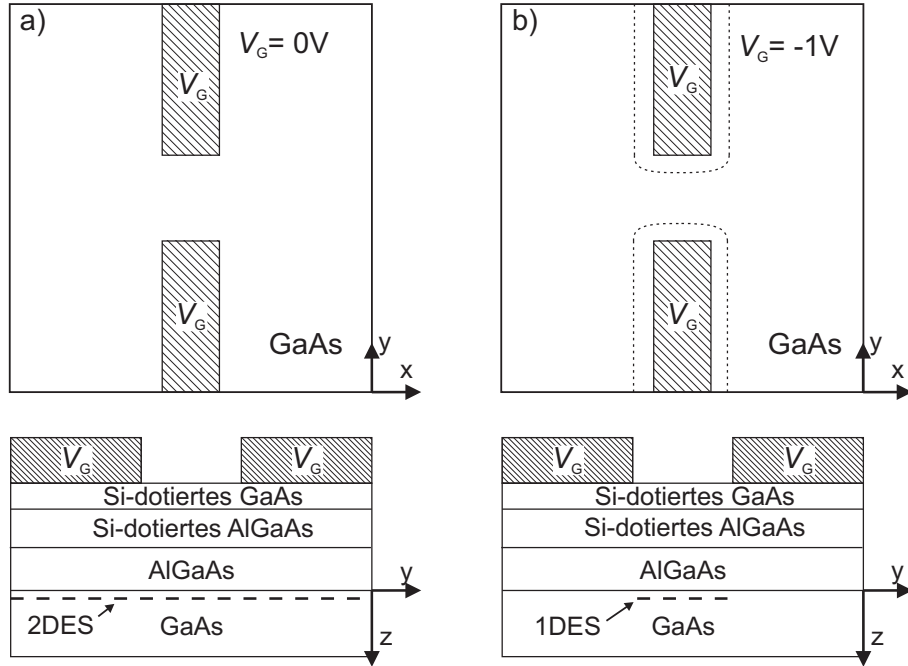


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung eines QPCs. In der oberen Bildhälfte ist jeweils die x-y-Ebene dargestellt, unten ein Schnitt durch die y-z-Ebene bei $x = 0$. In a) sind die Gatter (schraffiert dargestellt) geerdet und das 2DES erstreckt sich über die gesamte dargestellte Fläche. In b) ist exemplarisch eine Spannung von $V_G = -1\text{ V}$ an die Gatter angelegt. Das 2DES wird in einem Bereich um die Gatter verarmt. Zwischen den Gattern verbleibt ein eindimensionaler Kanal. Nach Referenz [24].

des 2DES dar, deren Breite über die Gatterspannung einstellbar ist. Abbildung 2.2 stellt einen QPC schematisch dar. In 2.2a) sind die Gatter geerdet ($V_G = 0$) und das 2DES erstreckt sich über den gesamten Bereich der Probe. In 2.2b) ist eine negative Spannung von typischerweise $V_G = -1\text{ V}$ an die Gatter angelegt und damit ein eindimensionaler Kanal im 2DES definiert, in dem die Energie der Elektronen in y-Richtung quantisiert ist. Jede dieser diskreten Energien entspricht einem eindimensionalen Subband, in dem die Elektronen (im klassischen Bild) nur noch kinetische Energie in x-Richtung besitzen. Mit der Gatterspannung kann man die Breite der Einschnürung und damit die Anzahl j der besetzten eindimensionalen Subbänder einstellen. Der Leitwert $G_{\text{QPC}} = 2e^2/h \sum_{i=1}^j \mathcal{T}_i$ des QPCs ist somit in Einheiten von $2e^2/h$ quantisiert, wobei $0 \leq \mathcal{T}_i \leq 1$ die Transmission des i-ten Subbandes ist [25, 26, 22, 23, 21, 24].

In der vorliegenden Arbeit wird auf die Physik des QPCs nur in Teilbereichen eingegangen, nämlich als Ladungsdetektor für Quantenpunkte (siehe Kapitel 5.1.3) und als Emmitter für heiße Elektronen, die mit einem Quantenpunktsystem wechselwirken können (siehe Kapitel 2.6 und 5.2). Daher sei für eine weiterführende

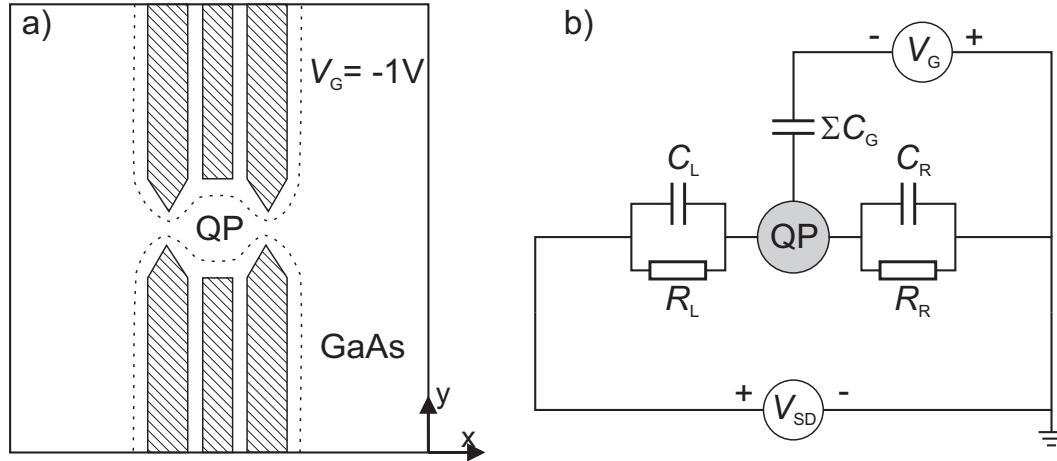


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung eines Quantenpunkts. In a) ist eine mögliche Gatteranordnung skizziert. S und D stehen für die zweidimensionalen *source* und *drain* Kontakte. An die Gatter ist eine Spannung $V_G < 0V$ angelegt, um den Quantenpunkt A zu definieren. In b) ist ein klassisches Ersatzschaltbild des Quantenpunkts gezeigt. V_{SD} ist die über den Quantenpunkt angelegte Spannung.

Diskussion der Eigenschaften eines QPCs auf die Literatur verwiesen [27, 28, 29, 21, 30, 31].

2.3 Quantenpunkte

Kombiniert man mehrere Gatterelektroden zu einer komplexeren Struktur, so kann man kleine Bereiche des 2DES isolieren, die man als Quantenpunkte bezeichnet. Ein Quantenpunkt ist hier eine isolierte oder schwach an die Umgebung gekoppelte Insel, die mit Elektronen beladen werden kann [32]. Abbildung 2.3a) zeigt die Skizze einer möglichen Gatteranordnung mit der man einen Quantenpunkt definieren kann. In Abbildung 2.3b) ist ein Ersatzschaltbild dargestellt [33]. Der Quantenpunkt wird im folgenden mit A bezeichnet, das chemische Potential entsprechend mit μ_A und das Kontrollgatter, das hauptsächlich an den Quantenpunkt A koppelt, mit α . Eventuelle weitere Quantenpunkte werden entsprechend mit B und C bezeichnet. Die Tunnelbarrieren, die den Quantenpunkt an die Reservoirs der Zuleitungen koppeln, können in einem klassischen Ersatzschaltbild als Parallelschaltung eines Widerstandes $R_{S,D}$ und eines Kondensators $C_{S,D}$ (für *source* und *drain*) dargestellt werden. Die aufsummierte Kapazität der Gatter gegen den Quantenpunkt ist ΣC_G . Die Ladeenergie eines Quantenpunkts lässt sich durch $E_C = e^2/C_\Sigma$ ausdrücken und beschreibt die Änderung des chemischen Potentials des Quantenpunkts, die nötig ist, um ein weiteres Elektron

auf den Quantenpunkt zu laden. Hier beschreibt $C_\Sigma \simeq \Sigma C_G + C_S + C_D$ die Eigenkapazität des Quantenpunkts, die im Wesentlichen durch die elektrostatische Wechselwirkung des Quantenpunkts mit den Gattern und Kontakten gegeben ist. Um in das Regime von quantisierter Ladung zu gelangen, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

$$k_B T < e^2 / C_\Sigma \quad (2.5)$$

$$R_t > h / e^2, \quad (2.6)$$

wobei hier k_B die Boltzmann-Konstante ist und R_t den Widerstand der Tunnelbarriere zur Zuleitung angibt [34]. Die erste Bedingung besagt, dass die thermische Energie kleiner als die Ladeenergie $E_C = e^2 / C_\Sigma$ sein muss, um thermische Anregungen der Elektronen zu vermeiden. Um das zu erreichen, kann einerseits die Temperatur des Elektronensystems so weit wie möglich abgesenkt werden (siehe auch Kapitel 4.1), andererseits kann die Kapazität des Quantenpunkts verringert werden. Zur Abschätzung der Eigenkapazität C_Σ kann man näherungsweise die Eigenkapazität einer flachen Scheibe $C = 8\epsilon_0\epsilon_r r$ verwenden, wobei r der Radius ist, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante und ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante des umgebenden Materials [33]. Verkleinert man also den Quantenpunkt, wird seine Ladeenergie größer.

Die zweite Bedingung (Gleichung 2.6) definiert die natürliche Linienbreite der elektronischen Zustände im Quantenpunkt und kann einfach dadurch erfüllt werden, dass der Widerstand zu den Zuleitungen groß gewählt wird. Die Höhe der Tunnelbarrieren ist dabei über Gatterspannungen fast beliebig einstellbar.

2.3.1 Coulomb Blockade

Sind beide Bedingungen (Gleichung 2.5 und 2.6) erfüllt, tritt Coulomb Blockade auf, wie in Abbildung 2.4 skizziert. Zunächst wird hier der Fall $V_{SD} \simeq 0$ betrachtet, wobei $V_{SD} = \mu_S - \mu_D / |e|$ ist. Die chemischen Potentiale der Zuleitungen sind hier mit μ_S für *source* (englisch für Quelle) und μ_D für *drain* (englisch für Senke) bezeichnet. Der Transport durch den Quantenpunkt ist blockiert, wenn sich kein freier Zustand des Quantenpunkts zwischen den chemischen Potentialen der Zuleitungen befindet, wie in Abbildung 2.4a) skizziert. Für $\mu_A(N) \simeq \mu_{S,D}$ können dagegen Elektronen sequentiell durch den Quantenpunkt tunneln (Abb. 2.4b)). Das chemische Potential $\mu_A(N)$ des Quantenpunkts A ist als Energie definiert, die nötig ist um das N -te Elektron auf den Quantenpunkt zu bringen. $\mu_A(N)$ lässt sich mit Hilfe der Gatterspannung V_α gemäß $\frac{\mu_A(N)}{V_\alpha} = -|e| \frac{C_\alpha}{C_\Sigma}$ einstellen. Den Ausdruck $\alpha_A = \frac{C_\alpha}{C_\Sigma}$ nennt man auch Gatterkonversionsfaktor. Misst man den Strom durch den Quantenpunkt als Funktion einer Gatterspannung V_α beobachtet man sogenannte Coulomb Blockade Oszillationen, bei denen der Strom in

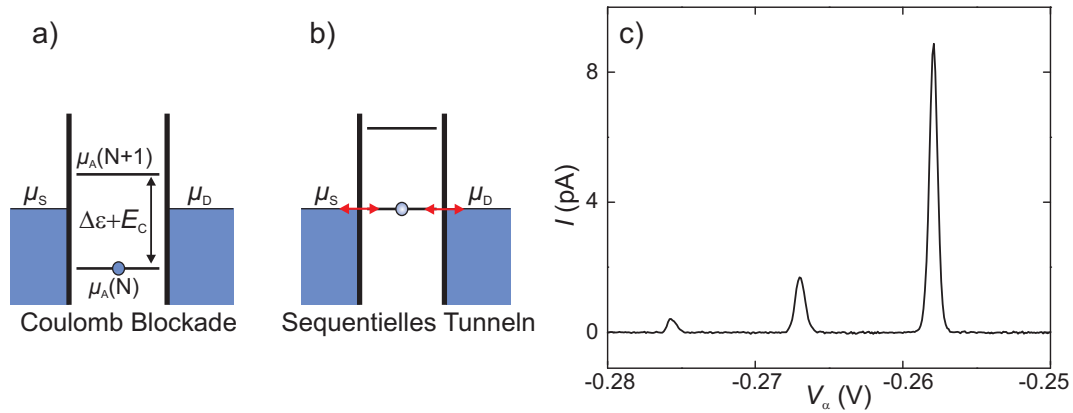


Abbildung 2.4: a) Coulomb Blockade in einem Quantenpunkt. Nach oben ist die Energie aufgetragen, die chemischen Potentials der Zuleitungen sind mit μ_S und μ_D eingetragen, das chemische Potential des Quantenpunkts mit N Elektronen ist mit $\mu_A(N)$ bezeichnet. Die vertikalen schwarzen Linien stellen die durch Gatterspannungen definierten Tunnelbarrieren dar. b) Skizze wie in a) für den Fall sequentiellen Einzel-Elektronentunnelns. c) Messung des Stromes I durch einen Quantenpunkt in Abhängigkeit der Gatterspannung V_α .

Blockade unterdrückt ist, wie in Abbildung 2.4c) gezeigt, und nur im Resonanzfall $\mu_A(N) \simeq \mu_{S,D}$ ein Maximum im Stromtransport auftritt.

Das chemische Potential des Quantenpunkts mit N Elektronen kann man, im Rahmen des Modelles konstanter Wechselwirkung (engl. *constant interaction model*), [35] mit

$$\mu_A(N) = \epsilon_N + \frac{(N - N_0 + 1/2)e^2}{C_\Sigma} - |e| \frac{C_\alpha}{C_\Sigma} V_\alpha \quad (2.7)$$

beschreiben. Hier ist ϵ_N die Energie des quantenmechanischen Einteilchenzustandes des N -ten Elektrons. Als Energienullpunkt wird der Boden des Leitungsbandes gewählt. Bei einer gegebenen Gatterspannung ist also die Anzahl N der Elektronen im Quantenpunkt die größte ganze Zahl, für die $\mu_A(N) < \mu_S \approx \mu_D$ gilt. Ändert sich bei konstanter Gatterspannung die Anzahl der Elektronen um eins, so ist die resultierende Änderung im chemischen Potential

$$\mu_A(N+1) - \mu_A(N) = \Delta\epsilon + \frac{e^2}{C_\Sigma}. \quad (2.8)$$

Dies ist die sogenannte Additionsenergie E_{add} , die sich aus der, durch Coulomb Wechselwirkung bedingten, Ladeenergie e^2/C_Σ und dem quantenmechanischen Beitrag $\Delta\epsilon = \epsilon_{N+1} - \epsilon_N$ zusammensetzt.

2.3.2 Linienform

Die Linienform der Coulomb Blockade Oszillationen hängt, $\mu_S \simeq \mu_D$ vorausgesetzt, vom betrachteten Temperatur Regime ab, und kann in drei Bereiche unterteilt werden. Zunächst wird angenommen, dass die Lebensdauer verbreiterung klein gegenüber der Temperaturverbreiterung ist, also $\hbar\Gamma \ll k_B T$ gilt, wobei Γ hier die Tunnelrate zwischen Quantenpunkt und Zuleitung ist [36, 33].

1. Gilt außerdem $e^2/C_\Sigma \ll k_B T$ so liegt keine Ladungsquantisierung vor. Der Leitwert des Gesamtsystems lässt sich als Summe des Leitwerts der rechten und linken Barriere gemäß $1/G = 1/\tilde{G} = 1/G_S + 1/G_D$ ausdrücken.
2. $\Delta\epsilon \ll k_B T \ll e^2/C_\Sigma$: Dies ist das klassische oder metallische Coulomb Blockade Regime, das typischerweise für große Quantenpunkte mit mehreren hundert Elektronen gilt. Hier kann man die Linienform folgendermaßen beschreiben:

$$\frac{G}{\tilde{G}} = \frac{\delta/k_B T}{2 \sinh(\delta/k_B T)} \approx \frac{1}{2} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2.5 k_B T} \right), \quad (2.9)$$

wobei $\delta = \mu_A(N) - \mu_{S,D}$ der energetische Abstand zum Maximum der Linie ist.

3. $k_B T \ll \Delta\epsilon < e^2/C_\Sigma$: In Quantenpunkten mit wenigen Elektronen erreicht man bei tiefen Temperaturen das Regime der quantisierten Coulomb Blockade. Hier ist der Abstand zwischen den Coulomb Blockade Oszillationen deutlich durch die quantenmechanischen Einteilchenenergien ϵ_N beeinflusst.

$$\frac{G}{\tilde{G}} = \frac{\Delta\epsilon}{4k_B T} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2.5 k_B T} \right) \quad (2.10)$$

Berücksichtigt man im Regime der quantisierten Coulomb Blockade die Lebensdauer verbreiterung $\hbar\Gamma$, die bei tiefen Temperaturen relevant werden kann, werden die Linienformen modifiziert. Für den Grenzfall $T = 0$ kann man die Breit-Wigner Formel angeben [37].

$$G_{\text{BW}} = \frac{2e^2}{h} \frac{(\hbar\Gamma)^2}{(\hbar\Gamma)^2 + \delta^2} \quad (2.11)$$

Experimentell relevant ist oftmals das Regime $\hbar\Gamma \simeq k_B T$, das eine endliche Lebensdauer verbreiterung und Temperatur berücksichtigt. Dieser Bereich kann laut [38] als Faltung der Gleichungen 2.10 und 2.11 beschrieben werden und ergibt für die Halbwertsbreite der Linien

$$\text{FWHM} = 0.78\Gamma + 3.52k_B T. \quad (2.12)$$

Im Experiment ist die Linienform oft zusätzlich durch externes Rauschen oder Ladungsfluktuationen im 2DES verbreitert.

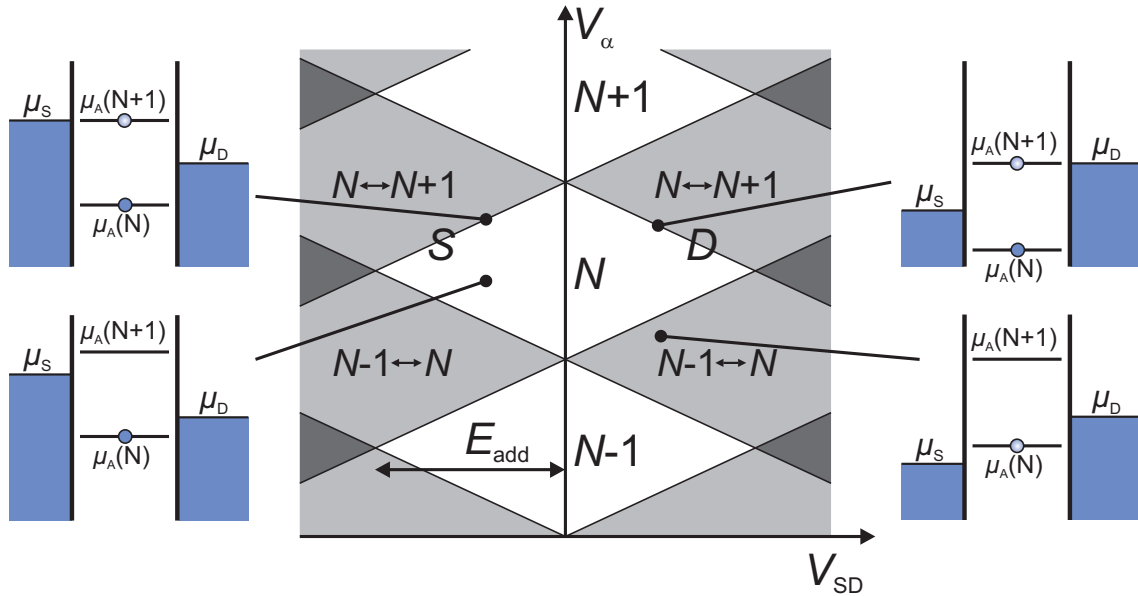


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Leitwertmessung eines Quantenpunkts in Abhängigkeit von V_α und V_{SD} . Innerhalb der weißen „Diamanten“ ist der Quantenpunkt in Coulomb Blockade, in den grauen Bereichen ist Transport möglich. Die Skizzen verdeutlichen die jeweilige Lage der chemischen Potentiale. Siehe Haupttext für weitere Details.

2.3.3 Nichtlinearer Transport

Legt man eine endliche SD-Spannung $|V_{SD}| > 0$ an, öffnet sich ein sogenanntes Transportfenster der Breite $|\mu_S - \mu_D|$, in dem Stromtransport möglich ist, wenn eine der Bedingungen

$$\mu_S \geq \mu_A(N) \geq \mu_D \quad \vee \quad \mu_S \leq \mu_A(N) \leq \mu_D \quad (2.13)$$

erfüllt ist. Aus der resultierenden Verbreiterung der Coulomb Blockade Oszillationen lassen sich Informationen über den Quantenpunkt gewinnen. In Abbildung 2.5 ist eine schematische Darstellung einer Leitwertmessung in Abhängigkeit von V_{SD} und V_α dargestellt, die eine rautenförmige Struktur aufweist, die „Coulomb-Diamanten“ genannt werden [39]. Bereiche in denen sequentielles Einzel-Elektronentunneln möglich ist, sind grau dargestellt, Bereiche in denen Coulomb Blockade vorliegt, sind weiß. Aus den Abmessungen dieser Coulomb-Diamanten kann man direkt die Additionsenergie $E_{add} = e^2/C_\Sigma + \Delta\epsilon$ bestimmen. Dazu vergleicht man die angelegte Spannung V_{SD} mit der Größe des jeweiligen Coulomb-Diamanten, wie in in Abbildung 2.5 mit einem Doppelpfeil eingezeichnet.

Entlang der mit S gekennzeichneten Linie (und den dazu parallelen Linien) liegt eine Resonanz mit der *source* Zuleitung vor ($\mu_S = \mu_A(N)$), auf der mit D ge-

kennzeichneten Linie entsprechend mit der *drain* Zuleitung ($\mu_D = \mu_A(N)$). Aus der Steigung dieser Linien lässt sich neben α_A auch die kapazitive Kopplung an die Zuleitungen bestimmen. Betrachtet man den Quantenpunkt als Netzwerk von Kapazitäten (vergleiche Abb. 2.3 b)) und nimmt für die Rechnung an, dass $\mu_D = \text{const.}$, so findet man analog zu Gleichung 2.7 für die Linie D [40, 39, 41]

$$\mu_D = \epsilon_N + \left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{e^2}{C_\Sigma} - |e|(\alpha_S V_{SD} + \alpha_A V_\alpha) = \text{const.} \quad (2.14)$$

wobei hier $\alpha_S = \frac{C_S}{C_\Sigma}$ der Konversionsfaktor für die kapazitive Kopplung von Quantenpunkt A an die *source* Zuleitung ist. Für die Linie S lässt sich analog dazu

$$\mu_D = \epsilon_N + \left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{e^2}{C_\Sigma} - |e|((\alpha_S - 1)V_{SD} + \alpha_A V_\alpha) = \text{const.} \quad (2.15)$$

aufstellen. Die Steigungen $S_{S,D}$ der Linien sind somit

$$S_S = \left. \frac{dV_\alpha}{dV_{SD}} \right|_S = -\frac{\alpha_S}{\alpha_A} = -\frac{C_D}{C_\alpha} \quad (2.16)$$

$$S_D = \left. \frac{dV_\alpha}{dV_{SD}} \right|_D = \frac{1 - \alpha_S}{\alpha_A} = \frac{C_\Sigma - C_D}{C_\alpha} \quad (2.17)$$

und folglich

$$\alpha_A = \frac{C_\alpha}{C_\Sigma} = \frac{1}{|S_S| + |S_D|}. \quad (2.18)$$

Neben den Kopplungen und der Additionsenergie lässt sich auch das quantenmechanische Anregungsspektrum abbilden. Durch das Öffnen eines Transportfensters können auch angeregte Zustände ϵ_N mit $N \geq 1$ zum Transport beitragen [42]. Mit jedem zusätzlichen Kanal ändert sich entsprechend der Leitwert, was zu einer charakteristischen Substruktur führt. In Abbildung 2.6a) ist diese schematisch dargestellt. In 2.6b) sind angeregte Zustände des N -ten Elektrons gestrichelt eingezeichnet. Hier ist zu beachten, dass sich das System immer noch im Bereich des sequentiellen Einzel-Elektronentunnels befindet und daher nicht zwei Kanäle gleichzeitig zum Transport beitragen können. Die Darstellung in 2.6 ist stark vereinfacht; Die im Experiment beobachteten Strukturen sind gewöhnlich komplizierter [43, 39].

Kotunneln

Unter bestimmten Voraussetzungen kann man auch Tunnelprozesse höherer Ordnung beobachten, die man (in zweiter Ordnung) als Kotunnelprozesse bezeichnet. Dabei unterscheidet man zwischen elastischen und inelastischen Kotunnelprozessen [41, 9]. Beim elastischen Kotunneln findet kein Energieaustausch zwischen dem Quantenpunkt und der Umgebung statt. Bei $|V_{SD}| > 0$ finden verstärkt

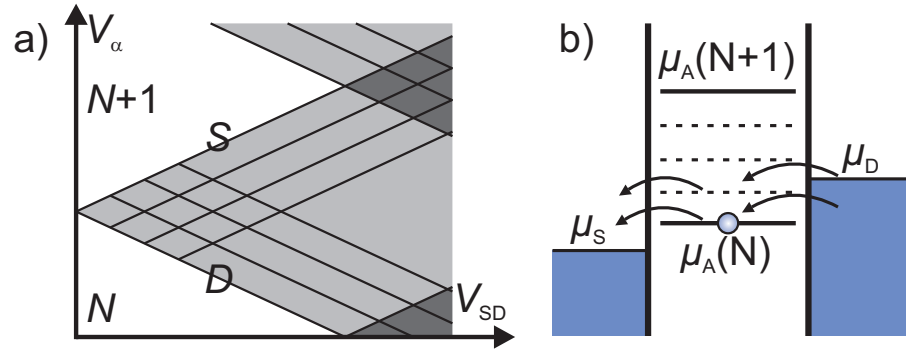


Abbildung 2.6: a) Ausschnittsvergrößerung aus Abbildung 2.5. Die Linien parallel zur *source* und *drain* Resonanz stellen zusätzliche Leitwertresonanzen, aufgrund von angeregten Zuständen, dar. b) Das Anregungsspektrum im Quantenpunkt ist mit gestrichelten Linien angedeutet.

inelastische Kotunnelprozesse statt, bei denen der Quantenpunkt in einem angeregten Zustand zurückbleibt.

Beim Kotunneln wird ein einzelnes Elektron (oder ein Lochzustand) durch das gesamte System transportiert, wozu jeweils zwei Tunnelprozesse stattfinden müssen. Dazu wird (beim elastischen Kotunneln) keine Energie benötigt und daher muss auch nicht die Ladeenergie aufgebracht werden. Das Elektron besetzt vielmehr einen virtuellen Zustand. Dessen Lebensdauer ist dabei von der Energie des virtuellen Zustandes abhängig und kann über die Heisenbergsche Unschärferelation abgeschätzt werden.

Kotunnelprozesse liefern bei Strommessungen durch Quantenpunkte aufgrund der niedrigen Tunnelraten nur einen sehr kleinen Beitrag, sind jedoch in Systemen aus gekoppelten Quantenpunkten wichtig. Bei einem seriellen Dreifachquantenpunkt ist zum Beispiel der mittlere Quantenpunkt über die peripheren Quantenpunkte von den Zuleitungen entkoppelt. Die Beladung findet dann hauptsächlich über Kotunnelprozesse statt, falls nicht einer der äußeren Quantenpunkte in Resonanz mit den Zuleitungen ist.

2.4 Doppelquantenpunkte

Koppelt man zwei Quantenpunkte, erhält man einen Doppelquantenpunkt. Im folgenden Abschnitt wird das Modell des Quantenpunktes entsprechend auf einen Doppelquantenpunkt erweitert. Dieses Kapitel folgt in weiten Teilen dem *Review* Artikel von W. van der Wiel *et al.* [44]. Für weiterführende Informationen und weitere Referenzen sei auf diesen Artikel verwiesen.

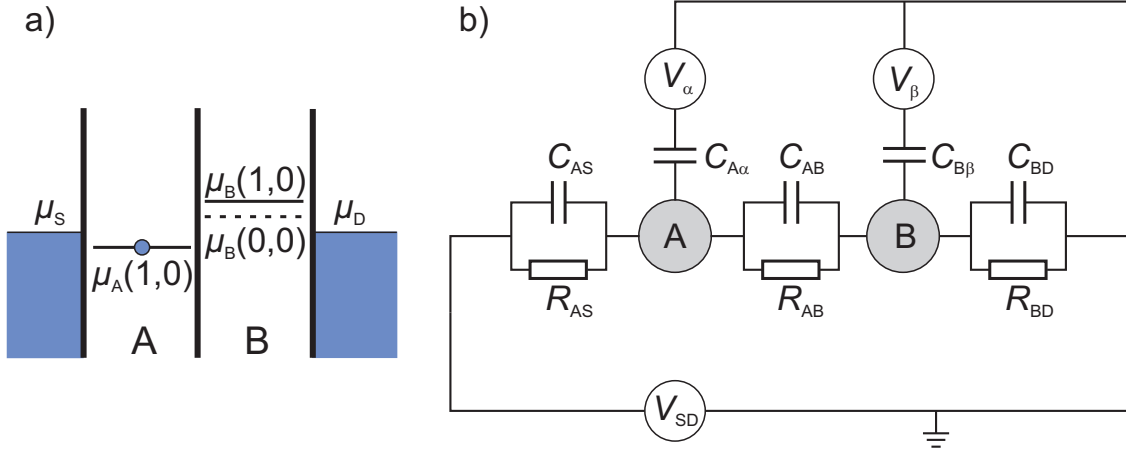


Abbildung 2.7: a) Schematische Darstellung der Energieniveaus in einem Doppelquantenpunkt wie in Abb. 2.4. Die chemischen Potentiale sind mit $\mu_{A(B)}(N_A, N_B)$ bezeichnet. Die gestrichelte Linie deutet die Veränderung von $\mu_B(1,0)$ nach $\mu_B(0,0)$ an. b) Ersatzschaltbild eines Doppelquantenpunkts. Siehe Haupttext für Details.

Abbildung 2.7a) zeigt eine schematische Darstellung eines Doppelquantenpunkts (vergleiche Abb. 2.4a). Die Quantenpunkte sind mit A und B bezeichnet, ihre chemischen Potentiale entsprechend mit $\mu_A(N_A, N_B)$ und $\mu_B(N_A, N_B)$. N_A und N_B geben die Anzahl der Elektronen in Quantenpunkt A und B an. Hier ist zu beachten, dass sich die chemischen Potentiale der beiden Quantenpunkte durch ihre kapazitive Kopplung C_{AB} gegenseitig beeinflussen. Ändert sich die Beladung in einem Quantenpunkt, verschiebt sich dadurch das chemische Potential im anderen Quantenpunkt. In Abbildung 2.7a) ist zur Verdeutlichung $\mu_B(1,0)$ und $\mu_B(0,0)$ eingezeichnet.

Abbildung 2.7b) zeigt ein vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Doppelquantenpunkts. Im Vergleich zu Abbildung 2.3b) ist die Notation der Kapazitäten C und Widerstände R um einen Index erweitert, der den jeweiligen Quantenpunkt bezeichnet. Die Kapazität zwischen Gatter α und Quantenpunkt A ist zum Beispiel mit $C_{A\alpha}$ bezeichnet. Eine schwache direkte Kopplung zwischen α und Quantenpunkt B, die hier zunächst vernachlässigt wird, wäre entsprechend mit $C_{B\alpha}$ bezeichnet.

2.4.1 Klassisches Modell des Doppelquantenpunkts

Bei verschwindender SD-Spannung $V_{SD} \simeq 0$ (und unter Vernachlässigung der quantenmechanischen Zustände $\Delta\epsilon$ sowie Streukapazitäten wie zum Beispiel $C_{B\alpha}$)

kann die elektrostatische Energie U mit

$$U(N_A, N_B) = \frac{1}{2} N_A^2 E_A + \frac{1}{2} N_B^2 E_B + N_A N_B E_{AB} + f(V_\alpha, V_\beta) \quad (2.19)$$

beschrieben werden, wobei

$$\begin{aligned} f(V_\alpha, V_\beta) = & \frac{1}{-|e|} [C_{A\alpha} V_\alpha (N_A E_A + N_B E_{AB}) + C_{B\beta} V_\beta (N_A E_{AB} + N_B E_B)] \\ & + \frac{1}{e^2} \left(\frac{1}{2} C_{A\alpha}^2 V_\alpha^2 E_A + \frac{1}{2} C_{B\beta}^2 V_\beta^2 E_B + C_{A\alpha} V_\alpha C_{B\beta} V_\beta E_{AB} \right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

die kapazitive Kopplung an die Gatter beschreibt. Die, um die kapazitive Kopplung zwischen den Quantenpunkten korrigierte, Ladeenergie der Quantenpunkte A und B ist hier mit

$$E_A = \frac{e^2}{C_{\Sigma A}} \left(\frac{1}{1 - \frac{C_{AB}^2}{C_{\Sigma A} C_{\Sigma B}}} \right) \quad \text{und} \quad E_B = \frac{e^2}{C_{\Sigma B}} \left(\frac{1}{1 - \frac{C_{AB}^2}{C_{\Sigma A} C_{\Sigma B}}} \right) \quad (2.21)$$

gegeben. Die Kopplungsenergie zwischen A und B ist

$$E_{AB} = \frac{e^2}{C_{AB}} \left(\frac{1}{\frac{C_{\Sigma A} C_{\Sigma B}}{C_{AB}^2} - 1} \right) \quad (2.22)$$

und entspricht der Änderung des Potentials in einem Quantenpunkt, wenn der jeweils andere seine Ladung um eins ändert (siehe Abb. 2.7 a)). $C_{\Sigma A(B)}$ ist die aufsummierte Kapazität von A(B) und beträgt $C_{\Sigma A} = C_{AS} + C_{A\alpha} + C_{AB}$ für A, $C_{\Sigma B} = C_{BD} + C_{B\beta} + C_{AB}$ für Quantenpunkt B.

C_{AB} ist die Kapazität zwischen den beiden Quantenpunkten. Im Grenzfall $C_{AB} = 0$ erhält man zwei unabhängige Quantenpunkte, für $C_{AB}/C_{\Sigma A(B)} \rightarrow 1$ verhält sich das System wie ein einzelner großer Quantenpunkt mit der Ladung $N_A + N_B$.

Man kann nun die chemischen Potentiale der beiden Quantenpunkte definieren:

$$\begin{aligned} \mu_A(N_A, N_B) & \equiv U(N_A, N_B) - U(N_A - 1, N_B) \\ & = \left(N_A - \frac{1}{2} \right) E_A + N_B E_{AB} - \frac{1}{|e|} (C_{A\alpha} V_\alpha E_A + C_{B\beta} V_\beta E_{AB}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \mu_B(N_A, N_B) & \equiv U(N_A, N_B) - U(N_A, N_B - 1) \\ & = \left(N_B - \frac{1}{2} \right) E_B + N_A E_{AB} - \frac{1}{|e|} (C_{A\alpha} V_\alpha E_{AB} + C_{B\beta} V_\beta E_B) \end{aligned} \quad (2.24)$$

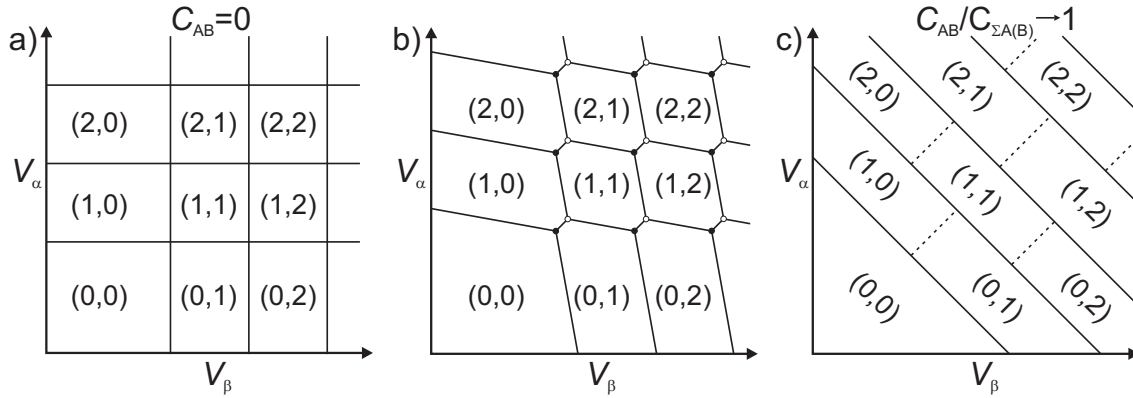


Abbildung 2.8: Ladungsstabilitätsdiagramme als Funktion der Gatterspannungen V_α und V_β . Die Zahlenpaare (N_A, N_B) geben die Beladung des Quantenpunktsystems an. a) Entkoppeltes System mit $C_{AB} = 0$. b) Regime mittlerer Kopplung bei dem die Ladelinien leicht verkippt sind und die Kreuzungspunkte der Ladelinien aufspalten. Dadurch bildet sich ein typisches hexagonales Wabenmuster. c) Sehr starke Kopplung mit $C_{AB}/C_{\Sigma A(B)} \rightarrow 1$.

Genau wie im Falle eines einzelnen Quantenpunkts wird sich also in einem Doppelquantenpunkt eine Ladungskonfiguration einstellen, die im thermischen Gleichgewicht die größten ganzzahligen Werte für (N_A, N_B) annimmt solange

$$\mu_A(N_A, N_B), \mu_B(N_A, N_B) \leq \mu_S \simeq \mu_D \quad (2.25)$$

gilt. Mit dieser Voraussetzung lässt sich ein sogenanntes Ladungsstabilitätsdiagramm konstruieren, das in Abhängigkeit der beiden Gatterspannungen V_α und V_β Bereiche stabiler Beladung angibt. Abbildung 2.8 zeigt solche Stabilitätsdiagramme eines Doppelquantenpunkts für verschieden starke Kopplungen C_{AB} . In Abbildung 2.8a) ist der Grenzfall $C_{AB} = 0$ dargestellt, bei dem die Gatterspannungen jeweils nur einen Quantenpunkt beeinflussen.

In 2.8b) ist eine mittlere Kopplung dargestellt, die zur Bildung eines typischen Wabenmusters führt. Die Schnittpunkte der Ladelinien spalten hier zu zwei Tripelpunkten auf, bei denen die drei chemischen Potentiale μ_A, μ_B und $\mu_{S(D)}$ entartet sind. Die Tripelpunkte sind durch Ladungsrekonfigurationslinien verbunden. Überquert man eine solche Linie, bleibt die Gesamtladung im Doppelquantenpunkt erhalten, jedoch ändert sich die Verteilung zwischen A und B.

In Abbildung 2.8c) ist der Grenzfall $C_{AB}/C_{\Sigma A(B)} \rightarrow 1$ dargestellt, der bis auf die Ladungsverteilung auf die beiden Quantenpunkte dasselbe Ergebnis liefert, wie ein einzelner Quantenpunkt mit der doppelten Eigenkapazität.

Der interessanteste Fall, ein Doppelquantenpunkt mit mittlerer Kopplung (Abb. 2.8b)), wird im Folgenden noch genauer diskutiert. In Abbildung 2.9 ist ein vergrößerter Ausschnitt aus dem Ladediagramm gezeigt. Stromtransport aufgrund

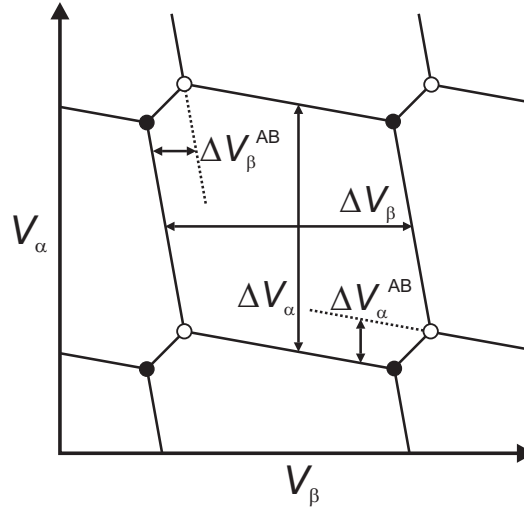


Abbildung 2.9: Ausschnitt aus Ladediagramm in Abb. 2.8 b). Aus den Abständen der Ladelinien lassen sich die Kapazitäten im Doppelquantenpunkt bestimmen. Die Tripelpunkte an denen Stromtransport möglich ist, sind mit • für Elektronentransport und ◦ für Lochtransport gekennzeichnet.

von sequentiellen Tunnelprozessen erster Ordnung durch den Doppelquantenpunkt ist bei $V_{SD} \simeq 0$ nur auf den Tripelpunkten möglich. Bei den mit • gekennzeichneten Punkten erfolgt Transport über sequentielles Tunneln einzelner Elektronen, bei den mit ◦ gekennzeichneten ist der Transport dagegen lochartig. Da im Laufe dieser Arbeit kaum Stromtransport in Doppelquantenpunkten gemessen wurde, sondern fast ausschließlich mit Ladungsdetektion gearbeitet wurde, wird hier nicht näher auf direkten Transport eingegangen. Insbesondere für Transport im nichtlinearen Regime sei auf die Literatur verwiesen [44], in dem Review Artikel von R. Hanson *et al.* wird auch der Spinfreiheitsgrad der Elektronen berücksichtigt, der hier vernachlässigt wird [45].

Aus den Abmessungen des Ladediagramms in Abbildung 2.9 lassen sich nach Gleichung 2.23 und 2.24 die Kapazitäten im Doppelquantenpunkt bestimmen. Aus der Bedingung

$$\mu_A(N_A, N_B, V_\alpha, V_\beta) = \mu_A(N_A + 1, N_B, V_\alpha + \Delta V_\alpha, V_\beta) \quad (2.26)$$

erhält man die Spannungsänderung am Gatter, die notwendig ist, um ein weiteres Elektron auf den Quantenpunkt A zu laden

$$\Delta V_\alpha = \frac{|e|}{C_{A\alpha}} \quad (2.27)$$

und analog dazu

$$\Delta V_\beta = \frac{|e|}{C_{B\beta}}. \quad (2.28)$$

Aus

$$\mu_A(N_A, N_B, V_\alpha, V_\beta) = \mu_A(N_A, N_B + 1, V_\alpha + \Delta V_\alpha^{AB}, V_\beta) \quad (2.29)$$

lässt sich entsprechend

$$\Delta V_\alpha^{AB} = \frac{|e| C_{AB}}{C_{A\alpha} C_{\Sigma B}} = \Delta V_\alpha \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma B}} \quad (2.30)$$

ableiten, und analog dazu

$$\Delta V_\beta^{AB} = \frac{|e| C_{AB}}{C_{B\beta} C_{\Sigma A}} = \Delta V_\beta \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma A}}. \quad (2.31)$$

Das hier beschriebene klassische Modell, das auf einem Kapazitätsnetzwerk beruht, wurde von Daniel Schröder für die Beschreibung von Dreifachquantenpunkten erweitert [46, 9].

2.4.2 Quantenmechanisches Zweiniveausystem

Berücksichtigt man die Tunnelkopplung zwischen den Quantenpunkten führt dies zusätzlich dazu, dass die elektronischen Eigenzustände in der Nähe der Tripelpunkte zwischen den Quantenpunkten delokalisiert werden [44]. In erster Näherung kann man ein solches System als Zweiniveausystem beschreiben, unter der Annahme, dass nur die energetisch am höchsten liegenden Elektronen in jedem Quantenpunkt betrachtet werden müssen, und nur der jeweilige elektronische Grundzustand besetzt ist.

Die Zustände eines solchen quantenmechanischen Zweiniveausystems eignen sich zur Definition eines Qubits, wie zum Beispiel in [47, 48] beschrieben. Grundlagen zur Quanteninformationsverarbeitung und zu Qubits werden in [3, 2] diskutiert.

Die Eigenzustände $|\phi_A\rangle$ und $|\phi_B\rangle$ zweier ungekoppelter Quantenpunkte sind Eigenzustände des Hamilton Operators \hat{H}_0 mit den Eigenenergien ϵ_A und ϵ_B [49]:

$$\hat{H}_0 |\phi_A\rangle = \epsilon_A |\phi_A\rangle \quad \hat{H}_0 |\phi_B\rangle = \epsilon_B |\phi_B\rangle \quad (2.32)$$

Werden die beiden Quantenpunkte nun über eine Tunnelkopplung verbunden, kann man diese als Störung betrachten und mit der Matrix \hat{T} beschreiben. Der Hamiltonoperator wird dann zu $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{T}$. Die Eigenzustände und Eigenenergien von \hat{H} werden mit $|\psi_\pm\rangle$ und ϵ_\pm gemäß

$$\hat{H} |\psi_+\rangle = \epsilon_+ |\psi_+\rangle \quad \hat{H} |\psi_-\rangle = \epsilon_- |\psi_-\rangle \quad (2.33)$$

beschrieben. Die Kopplungsmatrix \hat{T} kann in der Basis der ungestörten Eigenzustände $|\phi_A\rangle, |\phi_B\rangle$ mit der hermiteschen Matrix

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 0 & t_{AB} \\ t_{BA} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

dargestellt werden, wobei $t_{AB} = t_{BA}^*$ ist. Die neuen Eigenwerte können nun als

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon_0 \pm \sqrt{\frac{1}{4}\Delta^2 + |t_{AB}|^2} \quad (2.35)$$

ausgedrückt werden, wobei hier

$$\epsilon_0 = \frac{1}{2}(\epsilon_A + \epsilon_B) \quad (2.36)$$

$$\Delta = \epsilon_A - \epsilon_B \quad (2.37)$$

ist [49, 9]. Die Eigenzustände $|\psi_{\pm}\rangle$ lassen sich durch

$$|\psi_{+}\rangle = \cos\frac{\theta}{2}e^{-i\varphi/2}|\phi_A\rangle + \sin\frac{\theta}{2}e^{i\varphi/2}|\phi_B\rangle \quad (2.38)$$

$$|\psi_{-}\rangle = -\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\varphi/2}|\phi_A\rangle + \cos\frac{\theta}{2}e^{i\varphi/2}|\phi_B\rangle \quad (2.39)$$

beschreiben, mit

$$\tan\theta = \frac{2|t_{AB}|}{\Delta}. \quad (2.40)$$

In Abbildung 2.10a) ist die Energie des ungestörten Systems und die Energie des tunnelgekoppelten Systems nach Gleichung 2.35 als Funktion der Asymmetrie Δ aufgetragen. Die Tunnelkopplung bewirkt eine Aufspaltung der Energien, die in einem vermiedenen Kreuzen (engl. *anticrossing*) resultieren. Die energetische Aufspaltung beträgt $\Delta\epsilon^*$ und kann mit

$$\Delta\epsilon^* = \epsilon_{+} - \epsilon_{-} = \sqrt{\Delta^2 + (2|t_{AB}|)^2} \quad (2.41)$$

beschrieben werden. Bei $\Delta = 0$ ergibt sich also eine minimale Aufspaltung von $\Delta\epsilon^* = 2|t_{AB}|$. Im Ladediagramm äußert sich die Tunnelkopplung in einer Abrundung der Ladelinien im Bereich der Tripelpunkte, wie in Abbildung 2.10 b) gezeigt.

2.4.3 Kohärente Ladungssoszillationen

Die zeitliche Entwicklung der Zustände in einem Zweiniveausystem lässt sich mit der zeitabhängigen Schrödingergleichung gemäß

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = (\hat{H}_0 + \hat{T}) |\psi(t)\rangle \quad (2.42)$$

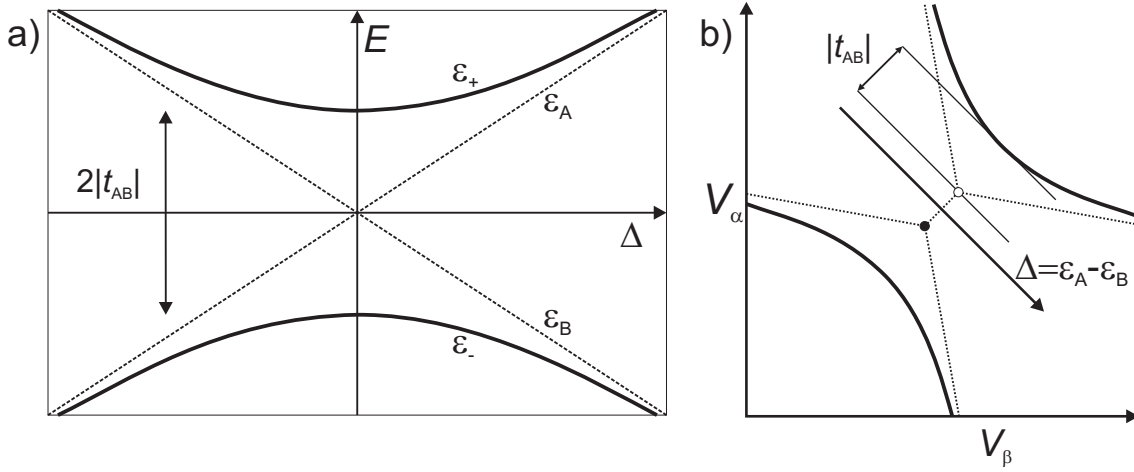


Abbildung 2.10: Auswirkungen einer endlichen Tunnelkopplung. a) Energieschema eines Zweiniveausystems als Funktion der Asymmetrie Δ . Eingetragen sind die ungestörten Energien $\epsilon_{A,B}$ und die des gekoppelten Systems ϵ_{\pm} . Die Kopplungsstärke wird durch den Parameter t_{AB} bestimmt. b) Im Ladediagramm führt die Tunnelkopplung zu einer Abrundung der Ladelinien in der Umgebung der Tripelpunkte.

beschreiben, wobei $|\psi(t)\rangle = a_A(t)|\phi_A\rangle + a_B(t)|\phi_B\rangle$ ist [49]. Nimmt man an, dass das System zur Zeit $t = 0$ im Zustand $|\phi_A\rangle$ vorliegt, erhält man mit Hilfe von Gleichung 2.38 und 2.39

$$|\psi(0)\rangle = |\phi_A\rangle = e^{i\varphi/2} \left[\cos \frac{\theta}{2} |\psi_+\rangle - \sin \frac{\theta}{2} |\psi_-\rangle \right]. \quad (2.43)$$

Daraus lässt sich die allgemeine Zeitentwicklung

$$|\psi(t)\rangle = e^{i\varphi/2} \left[\cos \frac{\theta}{2} e^{-i\epsilon_+ t/\hbar} |\psi_+\rangle - \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\epsilon_- t/\hbar} |\psi_-\rangle \right] \quad (2.44)$$

ableiten. Die Amplitude der Wellenfunktion des Systems zur Zeit t im Zustand $|\phi_B\rangle$ ist

$$\begin{aligned} \langle \phi_B | \psi(t) \rangle &= e^{i\varphi/2} \left[\cos \frac{\theta}{2} e^{-i\epsilon_+ t/\hbar} \langle \phi_B | \psi_+ \rangle - \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\epsilon_- t/\hbar} \langle \phi_B | \psi_- \rangle \right] \\ &= e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} [e^{-i\epsilon_+ t/\hbar} - e^{-i\epsilon_- t/\hbar}], \end{aligned} \quad (2.45)$$

und die Wahrscheinlichkeit $P_B(t) = |\langle \phi_B | \psi(t) \rangle|^2$ beträgt

$$P_B(t) = \sin^2 \theta \sin^2 \left(\frac{\epsilon_+ - \epsilon_-}{2\hbar} t \right). \quad (2.46)$$

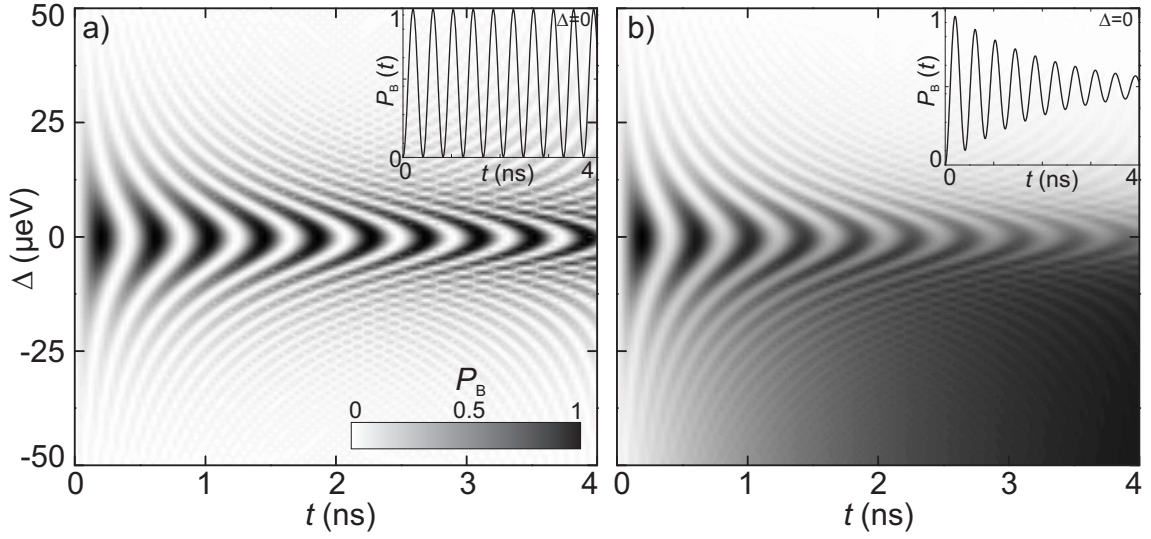


Abbildung 2.11: a) Kohärente Ladungsschwingungen nach Gleichung 2.47, mit $|t_{AB}| = 5 \mu\text{eV}$. Aufgetragen ist in Graustufen die Wahrscheinlichkeit $P_B(t)$ (weiß steht für $P_B(t) = 0$, schwarz für $P_B(t) = 1$) als Funktion der Zeit und der Asymmetrieenergie Δ . b) Gedämpfte Ladungsschwingung nach Gleichung 2.50, mit Tunnelkopplung $|t_{AB}| = 5 \mu\text{eV}$, Kohärenzzeit $T_2 = 2 \text{ ns}$ und $2k_B T = 1 \mu\text{eV}$. Der Einsatz zeigt jeweils $P_B(t)$ für den Fall $\Delta = 0$.

Mit Gleichung 2.35, 2.37 und 2.40 ergibt sich schließlich die bekannte Rabi-Formel

$$P_B(t) = \frac{4|t_{AB}|^2}{4|t_{AB}|^2 + \Delta^2} \sin^2 \left(\sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2} \frac{t}{2\hbar} \right). \quad (2.47)$$

Ein Elektron, das zum Zeitpunkt $t = 0$ im Quantenpunkt A ist, oszilliert also mit der effektiven Kreisfrequenz

$$\Omega = \frac{1}{\hbar} \sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2} \quad (2.48)$$

zwischen den Quantenpunkten. Erhöht man die Asymmetrie Δ , erhöht sich die Frequenz Ω . Der Vorfaktor $\sin^2 \theta$ nimmt jedoch ab, da die Wellenfunktion zunehmend lokalisiert ist. In Abbildung 2.11a) ist $P_B(t)$ nach Gleichung 2.47 in Graustufen als Funktion von Δ und t dargestellt. Für die Tunnelkopplung wurde hier ein Wert von $|t_{AB}| = 5 \mu\text{eV}$ eingesetzt.

Eine endliche Phasenkohärenzzeit T_2 kann in Gleichung 2.47 phänomenologisch mit dem Vorfaktor e^{-t/T_2} berücksichtigt werden [50]

$$P_B(t) = e^{-t/T_2} \frac{4|t_{AB}|^2}{4|t_{AB}|^2 + \Delta^2} \sin^2 \left(\sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2} \frac{t}{2\hbar} \right). \quad (2.49)$$

Gleichung 2.49 beschreibt zwar eine gedämpfte Oszillation, der Grenzwert für $t \rightarrow \infty$ ist jedoch mit $P_B(\infty) = 0$ nicht realistisch, sondern sollte bei $\Delta = 0$ auf den Grenzwert $P_B(\infty) = 0.5$ kommen. Außerdem ist bei endlicher Asymmetrie das Elektron stärker in einem der Quantenpunkte lokalisiert. Korrekte Grenzwerte liefert folgende Gleichung,

$$P_B(t) = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-t/T_2} \right) \left[1 - \frac{\Delta}{\sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2}} \left(\tanh \frac{\sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2}}{2k_B T} \right) \right] + e^{-t/T_2} \frac{4|t_{AB}|^2}{4|t_{AB}|^2 + \Delta^2} \sin^2 \left(\sqrt{(2|t_{AB}|)^2 + \Delta^2} \frac{t}{2\hbar} \right) \quad (2.50)$$

wobei hier noch ein Term für die Besetzung des Grundzustandes in Abhängigkeit von Δ eingeführt wurde [51, 52]. In Abbildung 2.11b) ist $P_B(t)$ nach Gleichung 2.50 dargestellt, wobei die eingesetzten Parameter hier $|t_{AB}| = 5 \mu\text{eV}$, $T_2 = 2 \text{ ns}$ und $2k_B T = 1 \mu\text{eV}$ sind. Der Einsatz in Abbildung 2.11 b) zeigt einen Schnitt bei $\Delta = 0$. Hier sieht man gut die gedämpfte Oszillation mit $P_B(t \rightarrow \infty) = 0.5$.

Die Rechnung gemäß Gleichung 2.50 geht davon aus, dass bei $t = 0$ der Anfangszustand, unabhängig von Δ , in Quantenpunkt A lokalisiert ist. Diese Annahme wird in einem Experiment nicht immer gegeben sein. In den Referenzen [53, 5, 54, 55] wurden Experimente mit kohärenten Ladungsozillationen durchgeführt und teilweise realistisch simuliert.

2.4.4 Kohärenter Transport mittels adiabatischer Passage

Eine wichtige Motivation für diese Arbeit ist das Ziel, kohärenten Ladungstransfer mittels einer adiabatischen Passage (engl. *coherent transfer by adiabatic passage*, CTAP) zu realisieren. Die grundlegende Idee dazu ist in Anlehnung an ein Experiment aus der Atom- und Molekülphysik namens STIRAP (engl. *stimulated Raman adiabatic passage*) entstanden [56, 57]. A. Greentree *et al.* übertrug das Konzept auf ein Festkörpersystem [8]. Bei CTAP wird in einem System aus drei seriell gekoppelten Quantenpunkten ein Elektron innerhalb der Phasenkohärenzzeit aus Quantenpunkt A in Quantenpunkt C transferiert, ohne dabei eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in B aufzuweisen. Dazu müssen die Tunnelraten zwischen den Quantenpunkten gezielt mit einer speziellen Pulsfolge manipuliert werden. Erste wichtige Ansätze, insbesondere die Realisierung eines seriellen Dreifachquantenpunkts, erarbeitete Daniel Schröder in seiner Doktorarbeit [9].

Der Hamilton Operator eines Dreifachquantenpunkts lässt sich mit

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{AB} & 0 \\ \Omega_{AB} & \Delta & \Omega_{BC} \\ 0 & \Omega_{BC} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

darstellen, wobei Ω_{AB} die Tunnelrate zwischen den Quantenpunkt Eigenzuständen $|A\rangle$ und $|B\rangle$ beschreibt. Ω_{BC} ist entsprechend die Tunnelrate zwischen $|B\rangle$ und $|C\rangle$. Die Energiedifferenz zwischen den Quantenpunkten wird hier mit $\Delta = \epsilon_B - \epsilon_A = \epsilon_B - \epsilon_C$ definiert. Die Eigenzustände dieses Hamiltonoperators sind [8]

$$\begin{aligned} |\mathcal{D}_+\rangle &= \sin\Theta_1 \sin\Theta_2 |A\rangle + \cos\Theta_2 |B\rangle + \cos\Theta_1 \sin\Theta_2 |C\rangle \\ |\mathcal{D}_-\rangle &= \sin\Theta_1 \sin\Theta_2 |A\rangle - \sin\Theta_2 |B\rangle + \cos\Theta_1 \cos\Theta_2 |C\rangle \\ |\mathcal{D}_0\rangle &= \cos\Theta_1 |A\rangle - \sin\Theta_1 |C\rangle \end{aligned} \quad (2.52)$$

mit

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \arctan(\Omega_{AB}/\Omega_{BC}) \\ \Theta_2 &= \frac{1}{2} \arctan[(\sqrt{(2\hbar\Omega_{AB})^2 + (2\hbar\Omega_{BC})^2})/\Delta]. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Die Eigenenergien dieser Zustände ergeben sich zu [57]

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\pm} &= \frac{\Delta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(2\hbar\Omega_{AB})^2 + (2\hbar\Omega_{BC})^2 + \Delta^2} \\ \mathcal{E}_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Im CTAP Protokoll wird ein Elektron im Quantenpunkt A präpariert. Durch die Wahl der Pulsfolge wird dafür gesorgt, dass sich das Elektron für den Zustand $|\mathcal{D}_0\rangle$ entscheidet, der keine Aufenthaltswahrscheinlichkeit im mittleren Quantenpunkt B hat. Dafür muss der Übergang adiabatisch sein. Nun wird das Elektron aus dem Zustand $|A\rangle$ bei $t = 0$ nach $|C\rangle$ bei t_{\max} verschoben. Dies geschieht durch die Änderung der Tunnelraten mittels gaussförmiger Pulse, die sich durch

$$\begin{aligned} \Omega_{AB} &= \Omega^{\max} \exp\left\{-\frac{[t - (t_{\max} + \sigma)/2]^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \Omega_{BC} &= \Omega^{\max} \exp\left\{-\frac{[t - (t_{\max} - \sigma)/2]^2}{2\sigma^2}\right\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

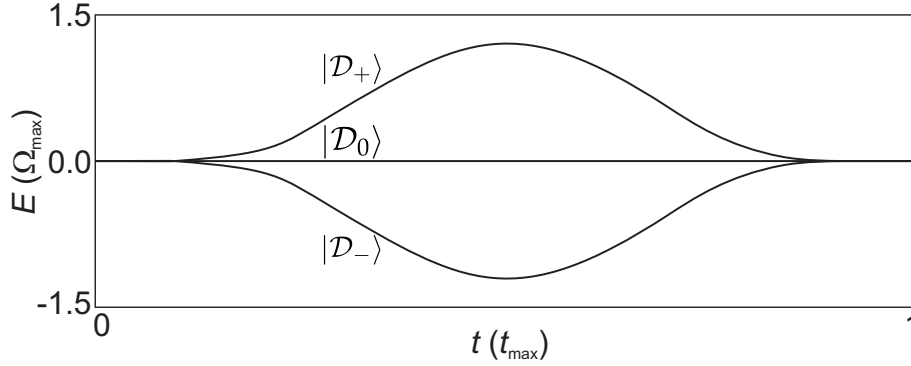


Abbildung 2.12: Zeitliche Entwicklung der Eigenenergien \mathcal{E}_\pm und \mathcal{E}_0 der Zustände $|\mathcal{D}_+\rangle$, $|\mathcal{D}_0\rangle$ und $|\mathcal{D}_-\rangle$ unter dem Einfluss der Pulsfolge aus Gleichung 2.55.

ausdrücken lassen. Hier ist Ω^{\max} die maximale Tunnelrate, t_{\max} die Gesamtdauer der Pulssequenz und σ die Standardabweichung. Unter der Annahme, dass Ω^{\max} und σ für beide Pulse gleich sind, und $\Delta = 0$ ist, lässt sich zeigen, dass der Ladungstransfer optimiert wird, wenn der Zeitversatz zwischen den Pulsen gleich der Pulsbreite ist [58]. Die Reihenfolge der Pulse erfolgt hier in der sogenannten nicht-intuitiven Pulssequenz, in der $\Omega_{BC}(t)$ vor $\Omega_{AB}(t)$ manipuliert wird. In Abbildung 2.12 sind die Eigenenergien \mathcal{E}_\pm und \mathcal{E}_0 unter dem Einfluss der gerade beschriebenen Pulsfolge gezeigt.

Während der Pulssequenz muss außerdem das Adiabatzitätskriterium

$$|\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_\pm| \gg |\langle \dot{\mathcal{D}}_0 | \mathcal{D}_\pm \rangle| \quad (2.56)$$

erfüllt sein, um sicher zu stellen, dass das System im Eigenzustand $|\mathcal{D}_0\rangle$ bleibt.

Eine theoretische Arbeit, die weniger idealisierte Annahmen als im ursprünglichen Vorschlag macht, wurde von J. H. Cole *et al.* veröffentlicht [10]. Hier wird insbesondere auf die Tatsache eingegangen, dass im Experiment die Tunnelbarrieren über Gatterspannungen eingestellt werden. Die Höhe der Tunnelbarrieren beeinflussen wiederum die Tunnelraten. Nimmt man an, dass die Tunnelrate durch eine Barriere mit einer Höhe \mathcal{H}_0 und Breite w proportional zu $\exp[-w\sqrt{\mathcal{H}_0}]$ ist, kann man Gleichung 2.55 zu

$$\mathcal{H}(t) = \frac{\mathcal{H}_{\max} - \mathcal{H}_{\min}}{(t_{\max} + \sigma)^4} (2t - t_{\max} \pm \sigma)^4 + \mathcal{H}_{\min} \quad (2.57)$$

umschreiben [10]. Hier ist \mathcal{H}_{\max} die maximale und \mathcal{H}_{\min} die minimale Barrierenhöhe.

Es ist jedoch im Experiment eventuell einfacher die Tunnelkopplung direkt in Abhängigkeit der Gatterspannung zu messen wie in Kapitel 5.3.4 oder in folgenden Publikationen gezeigt wird [51, 52, 59].

Eine weitere theoretische Arbeit zu CTAP, in der die Robustheit gegenüber Störungen untersucht wurde, ist von J. Rech und S. Kehrein durchgeführt worden [60]. Darin wird diskutiert wie sich der Versuch, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Quantenpunkt B während des Transfers zu messen, auf das Ergebnis auswirkt. Je stärker diese Messung ist (je mehr Informationen man also über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit sammelt), umso schlechter wird die Quote mit der man Quantenpunkt C erreicht. Fluktuationen und Störungen in der Umgebung der Quantenpunkte können in dieser Hinsicht einen ähnlichen Effekt wie eine Messung verursachen und damit das CTAP Protokoll möglicherweise stören, obwohl die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Quantenpunkt B (im ungestörten Fall) stark reduziert ist.

Ein interessanter, jedoch experimentell anspruchsvoller, Vorschlag zum Test des CTAP Protokolls wird in den Referenzen [61, 62] diskutiert. Hier wird ein Interferometer aus vier ringförmig angeordneten Quantenpunkten benutzt, um die Kohärenz nachzuweisen.

2.5 Gepulste Anregungen

In diesem Kapitel wird eine Abschätzung der nötigen Bandbreite für hochfrequente Anregungen mittels kurzer Pulse vorgenommen sowie ein Modell hergeleitet, mit dem man inkohärente Übergänge durch quantenmechanisches Tunneln und Relaxationsraten in einem Doppelquantenpunkt beschreiben kann.

2.5.1 Benötigte Bandbreite

Jede Funktion $s(t)$, die eine grundlegende Periode T_0 aufweist, kann als unendliche Summe von sinusförmigen Wellen beschrieben werden [63]. Diese Summe, Fourierreihe genannt, lässt sich in einer allgemeinen Form als

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{2\pi n t}{T_0} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{2\pi n t}{T_0} \quad (2.58)$$

darstellen, mit den Koeffizienten

$$A_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) dt \quad (2.59)$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) \cos \frac{2\pi n t}{T_0} dt \quad (2.60)$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) \sin \frac{2\pi n t}{T_0} dt. \quad (2.61)$$

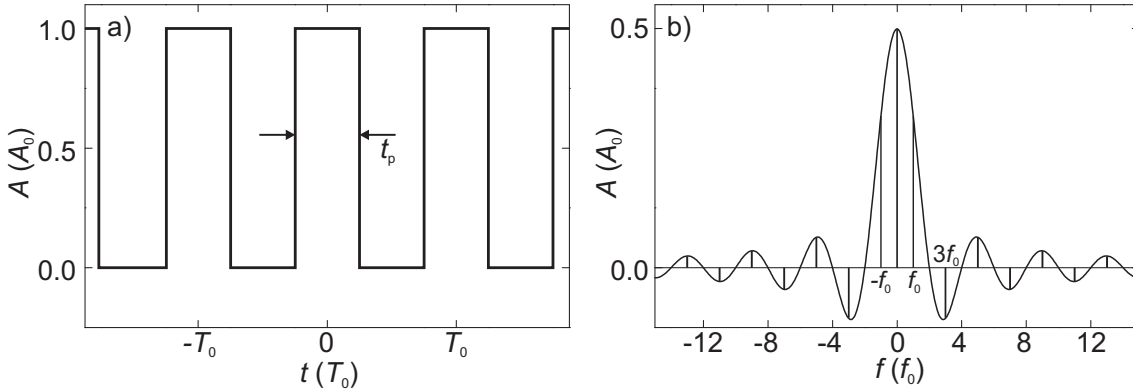


Abbildung 2.13: a) Rechteckpuls mit $t_p/T_0 = 0.5$ im Zeitbereich. b) Spektrale Zusammensetzung der Pulsfolge aus a). Eingezeichnet ist die Einhüllende nach Gleichung 2.66 und die diskreten Spektralkomponenten.

Die Fourierreihe setzt sich also aus einer Summe von Harmonischen der Grundfrequenz $f_0 = 1/T_0$ zusammen, wobei die Koeffizienten die spektrale Amplitude darstellen und somit die Zusammensetzung der Funktion im Frequenzraum abbilden.

Betrachtet man eine Folge von idealen Rechteckspulsen der Pulslänge t_p , wie in Abbildung 2.13a) gezeigt, so lässt sich diese als Fourierreihe mit den Koeffizienten

$$A_0 = \frac{At_p}{T_0} \quad (2.62)$$

$$A_n = \frac{2At_p}{T_0} \frac{\sin(n\pi t_p/T_0)}{n\pi t_p/T_0} \quad (2.63)$$

$$B_n = 0 \quad (2.64)$$

schreiben und hat folglich die Form

$$s(t) = \frac{At_p}{T_0} + \frac{2At_p}{T_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi t_p/T_0)}{n\pi t_p/T_0} \cos \frac{2\pi n t}{T_0} \quad (2.65)$$

wobei hier A die Pulsamplitude ist. Das Verhältnis aus Pulslänge und Periode t_p/T_0 bezeichnet man auch als Tastverhältnis und ist im hier gewählten Beispiel $t_p/T_0 = 0.5$. Die Einhüllende der spektralen Amplituden lässt sich mit der Funktion

$$Sa(x) = \frac{\sin x}{x} \quad \text{mit} \quad x = n\pi t_p/T_0 = \pi t_p n f_0 = \pi t_p f \quad (2.66)$$

beschreiben und ist in Abbildung 2.13b) zusammen mit den diskreten Spektralkomponenten gezeigt. In der hier gewählten zweiseitigen Darstellung erstreckt

sich das Frequenzspektrum symmetrisch um die Null. Im Vergleich zur einseitigen Darstellung wird jede Frequenzlinie bei der Frequenz f durch zwei Frequenzlinien mit halber Amplitude ersetzt, eine bei f und eine bei $-f$.

Ein idealer Rechteckspuls mit verschwindender Anstiegszeit t_r setzt sich aus einer unendlichen Summe zusammen und weist folglich auch eine Bandbreite auf, die sich ins Unendliche erstreckt. Ein realer Rechteckspuls, der mit einer endlichen Bandbreite übermitten wird, wird also immer eine endliche Anstiegszeit aufweisen. Um zum Beispiel einen Spannungspuls mit einer Anstiegszeit t_r spektral zu zerlegen, kann man statt der diskreten Fourierreihe eine kontinuierliche Fouriertransformation der Form

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi ft} df \quad (2.67)$$

durchführen, wobei $S(f)$ die Fouriertransformierte von $s(t)$ ist, mit

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt. \quad (2.68)$$

Um zusätzlich die Übertragungseigenschaften eines Netzwerkes zu berücksichtigen, das die Quelle mit dem Ziel verbindet, führt man die Übertragungsfunktion $H(f)$ ein, die die Amplitude der Spektralkomponenten entsprechend modifiziert.

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) S(f) e^{i2\pi ft} df \quad (2.69)$$

Hier ist $s_0(t)$ das Ausgangssignal eines Netzwerkes, das durch $H(f)$ beschrieben wird.

Abbildung 2.14a) zeigt eine (gerechnete) Pulsfolge mit einer Anstiegszeit von $t_r = 70$ ps, einer Periode von $T_0 = 1$ ns und einer Pulsbreite von $t_p = 0.5$ ns.¹ Der Betrag der Fouriertransformierten $|S(f)|$ ist in Abbildung 2.14b) dargestellt. Abbildung 2.14c) zeigt die Rücktransformation mit einer endlichen Bandbreite von $\Delta f = 6$ GHz. Die Anstiegszeit der Pulse ist hier zwar ähnlich wie in der ursprünglichen Pulsfolge, die Plateaus sind jedoch durch starke Überschwinger verzerrt. Erhöht man die Bandbreite bei der Rücktransformation, wie in Abbildung 2.14d) geschehen, glättet sich das Plateau zunehmend. Diese Betrachtung macht deutlich, dass die in Abbildung 2.14 a) gezeigten Pulse erst ab einer Bandbreite von $\Delta f \geq 10$ GHz annähernd unverzerrt übertragen werden können.

2.5.2 Modell für inkohärente Übergänge durch Tunneln

Um die in Kapitel 5.3.4 diskutierten Messungen quantitativ auszuwerten, wird hier ein Ratenmodell hergeleitet, das inkohärente Übergänge durch quantenme-

¹Die Anstiegszeit ist durch den in dieser Arbeit verwendeten Pulsgenerator auf minimal $t_r = 70$ ps limitiert.

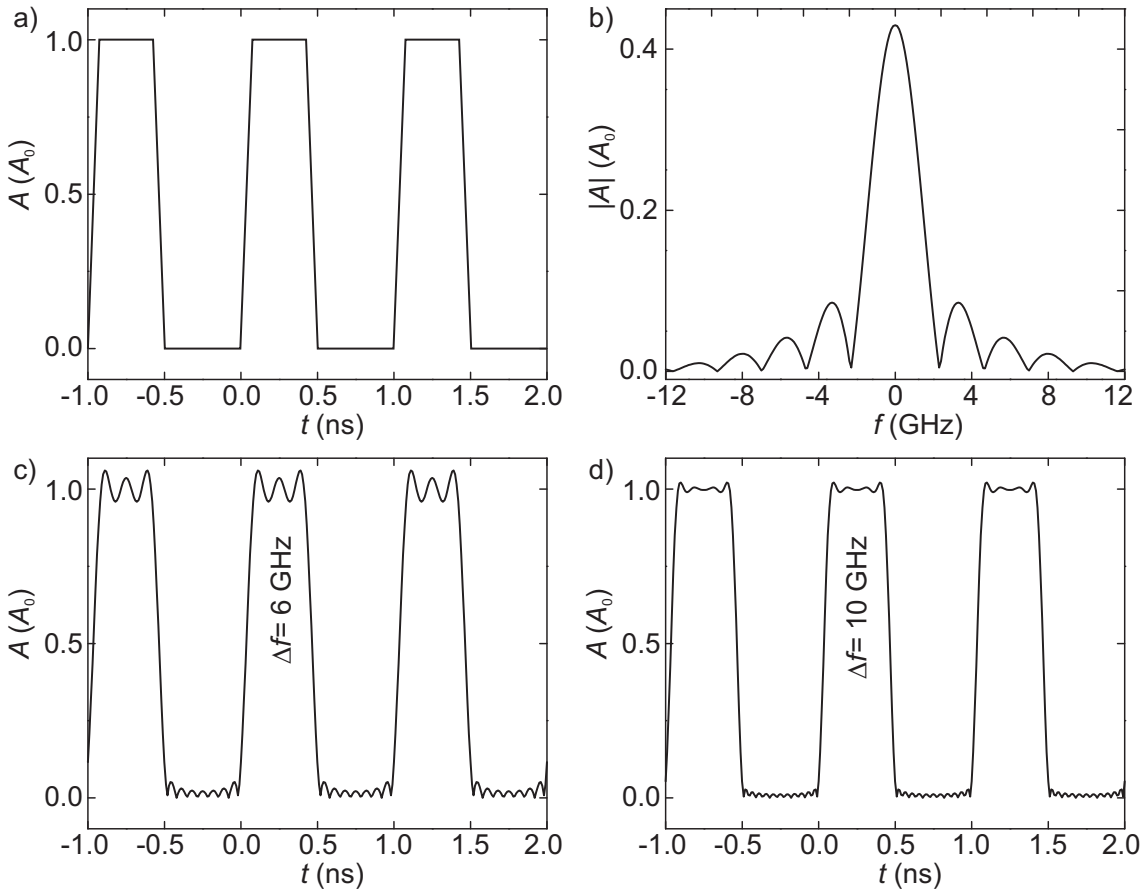


Abbildung 2.14: a) Numerisch berechnete Pulsfolge mit einer Anstiegszeit von $t_r = 70$ ps, einer Periode von $T_0 = 1$ ns und einer Pulsbreite von $t_p = 0.5$ ns. b) Spektrale Zusammensetzung der Pulsfolge aus a), berechnet nach Gleichung 2.68. Aufgetragen ist der Betrag von $S(f)$. c) Rücktransformation nach Gleichung 2.69 mit einer endlichen Bandbreite von $\Delta f = 6$ GHz. d) Rücktransformation nach Gleichung 2.69 mit einer endlichen Bandbreite von $\Delta f = 10$ GHz.

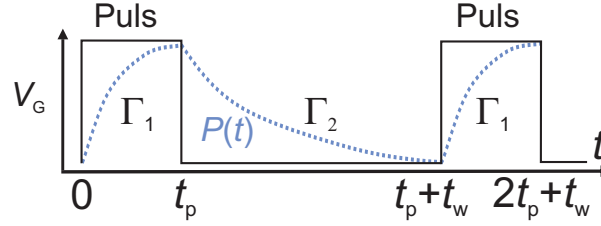


Abbildung 2.15: Skizze des zur Bestimmung der Raten Γ_1 und Γ_2 verwendeten Pulsschemas. Aufgetragen ist schematisch die Pulshöhe (ausgedrückt in Spannung V_G an einem Kontrollgatter) gegen die Zeit t . Die Pulsbreite beträgt t_p , die Wartezeit zwischen den Pulsen t_w . In blau (gestrichelt) eingezeichnet ist die Wahrscheinlichkeit $P(t)$. Siehe Haupttext für Details.

chanisches Tunneln eines Elektrons in einem Zweiniveausystem aus gekoppelten Quantenpunkten beschreibt.

Für das Modell wird angenommen, dass der Grundzustand, der ohne Anlegen eines Pulses vorliegt, eine endliche Asymmetrie $\Delta \neq 0$ aufweist, und das Elektron daher lokalisiert ist. Während der Dauer t_p eines Pulses wird das System in einen resonanten Zustand mit $\Delta = 0$ gebracht, sodass das Elektron zwischen den Quantenpunkten hin und her tunnelt. Nach dem Puls findet, während der Wartezeit t_w zwischen zwei Pulsen, eine Relaxation in den Grundzustand statt. In Abbildung 2.15 ist das zu beschreibende Pulsschema skizziert, das aus einer Serie kontinuierlich wiederholter Rechteckpulse besteht. Im Modell wird für alle Übergänge ein einfaches exponentielles Verhalten angenommen. Resonante aber inkohärente Übergänge zwischen den Grundzuständen der Quantenpunkten, die während t_p stattfinden, werden dabei mit einer Rate Γ_1 beschrieben, Relaxationsprozesse zurück in den Grundzustand, die während t_w stattfinden, mit einer Rate Γ_2 . Die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System *nicht* im Grundzustand befindet, wird hier mit $P(t)$ beschrieben. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System unmittelbar vor einem Puls ($t = 0$) in einem angeregten Zustand befindet

$$P(0) = P(t_p)e^{-t_w\Gamma_2} \quad (2.70)$$

und entsprechend nach einem Puls ($t = t_p$)

$$P(t_p) = 1 - [1 - P(0)]e^{-t_p\Gamma_1}. \quad (2.71)$$

Da die Pulsfolge kontinuierlich wiederholt wird, stellt sich nach einer gewissen Zeit ein quasi Gleichgewichtszustand ein, bei dem $P(0) = P(t_p + t_w)$ gilt. Damit lassen sich Gleichung 2.70 und 2.71 nach $P(0)$ und $P(t_p)$ auflösen und es ergibt sich

$$P(0) = \frac{1 - e^{-t_p\Gamma_1}}{1 - e^{-t_w\Gamma_2 - t_p\Gamma_1}}, \quad (2.72)$$

$$P(t_p) = 1 - \frac{1 - e^{-t_w\Gamma_2}}{1 - e^{-t_w\Gamma_2 - t_p\Gamma_1}}.$$

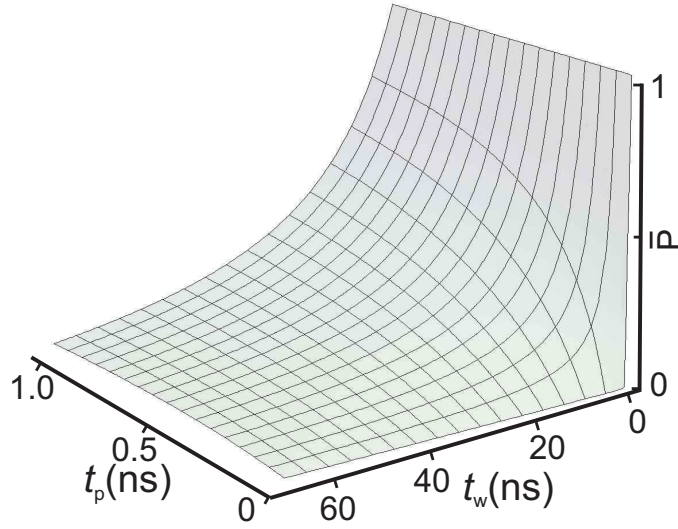


Abbildung 2.16: Aufgetragen ist \bar{P} als Funktion von t_p und t_w nach Gleichung 2.73, mit $\Gamma_1 = 1.36 \text{ GHz}$ und $\Gamma_2 = 0.078 \text{ GHz}$.

Integration über eine volle Pulsperiode liefert schließlich die gemittelte Wahrscheinlichkeit \bar{P} , dass der Grundzustand nicht besetzt ist,

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{t_p + t_w} \left[\int_0^{t_p} (1 - [1 - P(0)] e^{-t\Gamma_1}) dt + \int_0^{t_w} P(t_p) e^{-t\Gamma_2} dt \right] \\ &= \frac{1}{t_p + t_w} \left(t_p + \left[\frac{1}{\Gamma_1} - \frac{1}{\Gamma_2} \right] [P(0) - P(t_p)] \right). \end{aligned} \quad (2.73)$$

In Abbildung 2.16 ist \bar{P} als Funktion von t_p und t_w nach Gleichung 2.73 aufgetragen, mit $\Gamma_1 = 1.36 \text{ GHz}$ und $\Gamma_2 = 0.078 \text{ GHz}$. Mit zunehmender Wartezeit t_w relaxiert das System zurück in den Grundzustand und \bar{P} nimmt bei festem t_p entsprechend ab. Bei festem t_w steigt \bar{P} mit zunehmender Pulsbreite t_p an.

In dem in Kapitel 5.3 präsentierten Experiment entspricht \bar{P} dem Signal, das ein Ladungsdetektor misst, wie in Kapitel 5.3.4 noch genauer diskutiert wird. Um die Raten Γ_1 und Γ_2 in einer Messung zu bestimmen, müssen sowohl t_p als auch t_w variiert und das gemessene \bar{P} mit dem Modell aus Gleichung 2.73 verglichen werden.

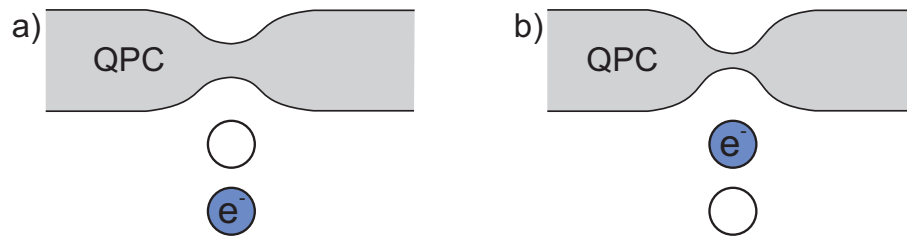


Abbildung 2.17: Prinzip der Ladungsdetektion in einem Doppelquantenpunkt mittels eines Quantenpunktkontakts (QPC). a) Befindet sich ein Elektron im weiter entfernten Quantenpunkt, ist der eindimensionale Kanal des QPCs relativ weit geöffnet. b) Ist ein Elektron im näher am QPC gelegenen Quantenpunkt, wird der Kanal aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung weiter geschlossen.

2.6 Rückkopplungen eines Ladungsdetektors auf ein Quantenpunktsystem

In diesem Unterkapitel werden grundlegende Wechselwirkungen zwischen einem Quantenpunktsystem und einem kapazitiv gekoppelten QPC als Ladungsdetektor beschrieben. Besonderes Augenmerk wird auf Rückkopplungen (engl.: *back-action*) des Detektors auf das zu untersuchende System gelegt.

Die möglichen Wechselwirkungen können in direkte und indirekte Prozesse unterteilt werden. Zu den direkten Prozessen zählt die quantenmechanische Wechselwirkung, die nötig ist um in einer Messung Informationen zu gewinnen. Diese beruht hier auf der Coulomb-Wechselwirkung und wird in Abschnitt 2.6.1 diskutiert. Schrotrauschen eines QPCs wird ebenfalls direkt per Coulomb-Wechselwirkung übertragen und in Abschnitt 2.6.2 besprochen.

Indirekte Prozesse können sowohl durch Coulomb-Wechselwirkung als auch durch Streuung von akustischen Phononen vermittelt werden. In Abschnitt 2.6.3 werden indirekte Prozesse, die durch Elektronen Streuung ausgelöst werden, behandelt. Die Übertragung von Energie zwischen QPC und Quantenpunkten durch Elektron-Phonon Streuung wird schließlich in Abschnitt 2.6.4 diskutiert.

Das Grundprinzip eines QPC Ladungsdetektors ist in Abbildung 2.17 illustriert [64]. Der Quantenpunktkontakt ist kapazitiv an das Quantenpunktsystem (in diesem Fall ein Doppelquantenpunkt) gekoppelt. Befindet sich eine Ladung auf dem weiter vom QPC entfernten Quantenpunkt, wie in Abbildung 2.17a) dargestellt, ist der eindimensionale Kanal des QPCs relativ weit offen und der Leitwert entsprechend hoch. Ist das Elektron im näher am QPC gelegenen Quantenpunkt, wird der Kanal der QPCs aufgrund der abstoßenden Coulomb-Wechselwirkung weiter geschlossen und der Leitwert nimmt ab, wie in Abbildung 2.17b) skizziert ist. Misst man nun den Leitwert des QPCs, liefert dies Rückschlüsse auf

die Elektronenkonfiguration des Quantenpunktsystems. In Kapitel 5.1.3 wird die Ladungsdetektion anhand von Messungen demonstriert. Um den Leitwert des QPCs zu bestimmen, ist es jedoch in jedem Fall nötig, eine Spannung V_{QPC} anzulegen. Damit wird eine Nichtgleichgewichtssituation geschaffen, bei der Ladungsträger mit einer Überschussenergie von bis zu $E_{\text{kin}} - E_{\text{F}} = |eV_{\text{QPC}}|$ zur Verfügung stehen.

Zur Untersuchung der Rückkopplungen eines Detektors auf ein Zweiniveausystem kann man die Rolle von Detektor und zu messendem System vertauschen und einem Doppelquantenpunkt als Detektor für Rauschen (oder allgemeiner Energiequanten) in der Umgebung verwenden [65]. Dazu wird die Rate der Übergänge zwischen den Quantenpunkten in Abhängigkeit der Energiedifferenz Δ bestimmt. Ist die Bedingung $\delta E \geq |\Delta|$ erfüllt, kann ein Energiequant δE aus der Umgebung absorbiert werden und dabei ein Elektron vom Grundzustand in einen angeregten Zustand im anderen Quantenpunkt heben. Dies resultiert, je nach durchgeführtem Experiment, in einer messbaren Besetzung eines angeregten Zustandes [66], oder in einem Strom durch das Quantenpunktsystem [67, 68].

2.6.1 Quantenmechanische Wechselwirkungen

Bei der Messung eines quantenmechanischen Systems gibt es grundlegende Unterschiede zur Messung eines klassischen Systems [69]. Während wiederholte Messungen eines klassischen Systems die Information, die man gewinnt, unverändert lassen, führt eine quantenmechanische Messung jedes mal eine Projektion auf die gewählte Basis der Messung durch [2, 64]. Außerdem ist die Genauigkeit, mit der man Informationen über ein quantenmechanisches System sammeln kann, durch die Heisenbergsche Unschärferelation auf eine untere Grenze beschränkt [70, 71]. In den meisten Messungen wird dieses theoretische Limit jedoch nicht erreicht, da das Rauschen der verwendeten Verstärker überwiegt.

Bei der Ladungsdetektion mittels eines QPCs treten zwangsläufig Ladungsfluktuationen im Bereich des QPCs auf, die Rückkopplungen verursachen. Diese lassen sich jedoch auf die grundlegende Wechselwirkung zurückführen, die notwendig ist um Informationen über den Zustand des Systems zu sammeln [72]. Ladungsfluktuationen definieren in diesem Fall also die untere Grenze für mögliche Rückkopplungen. Diese Ladungsfluktuationen unterscheiden sich von Stromfluktuationen in einem QPC, auch Schrotrauschen genannt. Schrotrauschen wird durch die diskrete Natur des Ladungstransports hervorgerufen. In einem QPC wird, abhängig von der Transmission \mathcal{T} , ein Teil der ankommenden Elektronen transmittiert, ein anderer Teil reflektiert, was zu einer Partitionierung des Elektronen Stroms führt und Schrotrauschen verursacht. Ladungsfluktuationen hingegen werden durch die endliche Aufenthaltszeit der Elektronen in der Nähe des

QPCs verursacht.

Eine untere Grenze für die Rückkopplungen auf einen Doppelquantenpunkt, die ein QPC im Nichtgleichgewicht verursacht, kann, nach C. Young und A. Clerk [72], folgendermaßen beschrieben werden:

$$\Gamma_{\uparrow}(\Omega) = \left[\frac{t_{AB}}{\hbar\Omega} \right]^2 \frac{(\Delta\mathcal{T})^2}{\mathcal{T}(1-\mathcal{T})} \frac{|eV_{QPC}| - \hbar\Omega}{4\pi\hbar}. \quad (2.74)$$

Hier ist $\Gamma_{\uparrow}(\Omega)$ die Rate für Anregungen im Doppelquantenpunkt und $\Delta\mathcal{T}$ die Änderung der Transmission des QPCs bei der Umladung eines Elektrons von einem zum anderen Quantenpunkt. $\Delta\mathcal{T}$ enthält somit auch die Kopplungsstärke zwischen QPC und Doppelquantenpunkt. Die Frequenz Ω ist nach Gleichung 2.48 definiert. Anders als beim Schrotrauschen, das im nächsten Abschnitt diskutiert wird, hat $\Gamma_{\uparrow}(\Omega)$ nicht immer bei $\mathcal{T} = 1/2$ ein Maximum. Die Position des Maximums hängt hier von der Form des Einschlusspotentials des QPCs ab. Bei einem nicht adiabatischen (abrupten) Übergang vom 2DES in einen eindimensionalen Kanal [73], verschiebt sich das Maximum in Richtung $\mathcal{T} > 1/2$ [72]. Somit lässt sich im Prinzip unterscheiden, ob Rückkopplungen durch Ladungsfluktuationen oder Schrotrauschen verursacht werden. Dies wurde jedoch bis jetzt noch nicht experimentell bestätigt.

2.6.2 Schrotrauschen

Schrotrauschen in mesoskopischen Leitern wurde sowohl in der Theorie als auch experimentell ausführlich untersucht [74, 75, 76, 77]. Die Ursache für Schrotrauschen liegt in der probabilistischen Streuung von Elektronen an einer Barriere, wie zum Beispiel einem QPC. Zunächst wird angenommen, der ankommende Strom von Elektronen (bei $T = 0$) sei frei von Rauschen. Treffen die Elektronen auf eine Barriere mit der Transmissionswahrscheinlichkeit \mathcal{T} , so wird, abhängig von \mathcal{T} , ein Teil der Elektronen transmittiert und ein anderer Teil reflektiert. Dies resultiert in Stromfluktuationen. Ein Maß für das Rauschen ist die Korrelation zwischen reflektierten und transmittierten Elektronen. Werden bei $\mathcal{T} = 0$ alle Elektronen reflektiert, verschwindet das Rauschen, ebenso bei $\mathcal{T} = 1$. Das Maximum des Rauschens wird bei $\mathcal{T} = 1/2$ erreicht, da hier die Korrelation am geringsten ist.

In einem einfachen Gedankenexperiment ist dies leicht ersichtlich. Sei n_T die Besetzungszahl für den transmittierten Zustand, und n_R entsprechend für den reflektierten. Aufgrund der Teilcheneigenschaften der Elektronen kann bei jedem Streuprozess das Ergebnis nur entweder $n_T = 1$ und $n_R = 0$, oder $n_T = 0$ und $n_R = 1$ sein. Die Korrelation der Besetzungszahlen $\langle n_T n_R \rangle$ verschwindet, da stets eine der beiden Zahlen Null ist. Die mittleren Besetzungszahlen sind $\langle n_T \rangle = \mathcal{T}$

und $\langle n_R \rangle = \mathcal{R}$. Das Mittel des Quadrats der Besetzungszahlen ist $\langle (n_T)^2 \rangle = \mathcal{T}$ und $\langle (n_R)^2 \rangle = \mathcal{R}$. Damit gilt für die Fluktuationen $\Delta n_T = n_T - \langle n_T \rangle$ und $\Delta n_R = n_R - \langle n_R \rangle$ mit $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - (\langle x \rangle)^2$ gemäß [76]

$$\langle (\Delta n_R)^2 \rangle = \langle (\Delta n_T)^2 \rangle = \mathcal{T}(1 - \mathcal{T}). \quad (2.75)$$

Die Funktion $\mathcal{T}(1 - \mathcal{T})$ erreicht für $\mathcal{T} = 1/2$ ihr Maximum und verschwindet für die Grenzfälle $\mathcal{T} = 0$ und $\mathcal{T} = 1$.

Im Folgenden wird eine quantenmechanische Beschreibung des Schrotrauschens diskutiert [34, 76, 65]. Sämtliche Informationen über die Umgebung können in der Autokorrelationsfunktion $J(t) = \langle [\hat{\phi}(t) - \hat{\phi}(0)] - \hat{\phi}(0) \rangle$ des Phasenoperators $\hat{\phi}(t) = \frac{e}{\hbar} \int^t \hat{V}(t') dt'$ beschrieben werden [78]. Fluktuationen im elektrischen Feld werden hier mit $\hat{V}(t)$ bezeichnet. Die Fouriertransformierte von $J(t)$ ergibt

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[J(t) + i \frac{E}{\hbar} t \right] dt \quad (2.76)$$

und beschreibt die Wahrscheinlichkeit für den Austausch eines Energiequants mit der Umgebung. Diesen allgemeinen Ausdruck kann man auf den Fall eines QPC Detektors, der an einen Doppelquantenpunkt gekoppelt ist, anwenden [65]. Entwickelt man dabei $e^{J(t)}$ in erster Ordnung und setzt für $\hat{V}(t)$ die spektrale Dichte des Spannungsrauschens $S_V(\omega)$ ein, so erhält man nach [65, 79]

$$P(E) \simeq \left[1 - \frac{e^2}{\hbar^2} \int d\omega \frac{S_V(\omega)}{\omega^2} \right] \Delta + \frac{e^2}{\hbar} \frac{S_V(E/\hbar)}{E^2}. \quad (2.77)$$

Die spektrale Dichte des Spannungsrauschens $S_V(\omega)$ ist über die Transimpedanz $Z(\omega)$ mit der spektralen Dichte des Stromrauschens $S_I(\omega)$ gemäß

$$S_V(\omega) = |Z(\omega)|^2 S_I(\omega) \quad (2.78)$$

verknüpft. Hier ist zu beachten, dass $Z(\omega)$ sowohl die kapazitive Kopplung des QPCs an den Doppelquantenpunkt beschreibt, als auch den Zuleitungswiderstand Z_S des QPCs enthält [65]. Im Grenzfall $\omega = 0$ ergibt sich der maximale Wert $Z(0) = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} Z_S$ mit $\alpha_1 = \frac{C_{QP} + C_G + C_K}{C_{QP}}$ und $\alpha_2 = \frac{(2C_{QP} + C_G + C_K)^2 - C_{QP}^2}{C_K C_{QP}}$. Hier ist $C_{QP} = C_{AS} + C_{AB} + C_{BD}$ die Summer der Kapazitäten zwischen den Quantenpunkten sowie der Zuleitungen (siehe Abb. 2.7 b)), $C_G = C_{A\alpha} + C_{B\beta}$ die kapazitive Kopplung der Quantenpunkte an die Gatter und C_K die kapazitive Kopplung des Doppelquantenpunkts an den QPC. Der Zuleitungswiderstand Z_S spielt also eine wichtige Rolle und liefert Beiträge zum Energieaustausch, die unabhängig von der kapazitiven Kopplung sind. Minimiert man Z_S , so lässt sich der Einfluss von Schrotrauschen (Stromfluktuationen) auf den Doppelquantenpunkt reduzieren.

2.6 Rückkopplungen eines Ladungsdetektors auf ein Quantenpunktsystem 37

Dies steht im Kontrast zu den im vorigen Abschnitt beschriebenen Rückkopplungen durch fundamentale Heisenberg Wechselwirkungen, die sich mit Ladungsfuktuationen beschreiben lassen.

Das Stromrauschen des QPCs lässt sich über die spektrale Dichte $S_I(\omega)$ mit

$$S_I(\omega) = \frac{4e^2}{h} \mathcal{T}(1 - \mathcal{T}) \frac{|eV_{\text{QPC}}| - \hbar\omega}{1 - e^{-(|eV_{\text{QPC}}| - \hbar\omega)/k_B T}} \quad (2.79)$$

ausdrücken, wobei hier nur die Emission von Energie berücksichtigt ist, nicht die Absorption [65, 64].

Mehrere experimentelle Arbeiten, die sich mit Rückkopplungen des QPCs auf ein Quantenpunktsystem befassen, untersuchen Schrotrauschen. Onac *et al.* konnte die typische $\mathcal{T}(1 - \mathcal{T})$ Abhängigkeit des Schrotrauschens im Strom durch einen Quantenpunkt bestätigen, der durch einen QPC getriebenen wurde [68, 80]. Gustavsson *et al.* bestimmte, mit Hilfe von statistischen Auswertungen von zeitaufgelösten QPC Messungen, die Tunnelraten durch Quantenpunktsysteme. Dabei konnten ebenfalls die Auswirkungen von Schrotrauschen gezeigt werden [66, 81]. Küng *et al.* bestätigte dies ebenfalls [82] und zeigt einen Ansatz wie man, durch das Ausnutzen von Kreuzkorrelationen zweier Detektoren, Rückkopplungen reduzieren kann [79].

2.6.3 Indirekte Coulomb-Wechselwirkung

Neben den direkten Wechselwirkungen durch Ladungs- und Stromfluktuationen, können vom QPC emittierte Ladungsträger durch Streuprozesse auch indirekt zum Energieaustausch beitragen. Elektronen, die sich in einem 2DES an der Fermikante bewegen, weisen bei den hier untersuchten Proben eine mittlere freie Weglänge in der Größenordnung von $l_m \simeq 12 \mu\text{m}$ auf (siehe auch Kapitel 2.1). Auf der Längenskala der typischen Abmessungen von Quantenpunktsystemen, die im Bereich von $< 1 \mu\text{m}$ liegen, bewegen sich die Elektronen ballistisch. Diese Elektronen werden im Bereich der QPC- und Quantenpunktzuleitungen an den durch Gatter definierten Barrieren reflektiert und können so viele elastische Streuprozesse durchlaufen, die eventuell in einer Rückstreuung in Richtung des Quantenpunktsystems resultiert. Werden Elektronen an einer der Tunnelbarrieren, die einen Quantenpunkt mit der Zuleitung verbindet, reflektiert, kann aufgrund der Nähe besonders effektiv Energie mit dem Quantenpunktsystem über die Coulomb-Wechselwirkung ausgetauscht werden. Diese Prozesse kann man wegen der vorangegangenen Streuprozesse als indirekte Coulomb-Wechselwirkung bezeichnen. Die Energie, die dabei ausgetauscht wird, ist typischerweise geringer als $|eV_{\text{QPC}}|$, da durch inelastische Streuprozesse bereits Energie verloren gegangen sein kann.

Mit zunehmender Energie $|eV_{\text{QPC}}|$ der emittierten Elektronen erhöht sich die Elektron-Elektron Streurrate $1/\tau_{ee}$. Nach [83, 84] kann man die Energieabhängigkeit von $1/\tau_{ee}$ für den Bereich $|eV_{\text{QPC}}| \ll E_F$ gemäß

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{E_F}{4\pi\hbar} \left(\frac{|eV_{\text{QPC}}|}{E_F} \right)^2 \left[\ln \left(\frac{E_F}{|eV_{\text{QPC}}|} \right) + \ln \left(\frac{2Q_{\text{TF}}}{k_F} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (2.80)$$

beschreiben, wobei hier k_F die Fermiwellenzahl ist, $Q_{\text{TF}} = 2m_e^*e^2/\epsilon\hbar^2$ die 2D Thomas-Fermi Abschirmwellenzahl und ϵ die Dielektrizitätskonstante. Gleichung 2.80 wurde von D. Taubert *et al.* erweitert, so dass sie auch für höhere Energien $|eV_{\text{QPC}}| \geq E_F$ gilt [85].

Mit zunehmender Detektor Spannung V_{QPC} wird, aufgrund der steigenden Elektron-Elektron Streurrate, auch die Wahrscheinlichkeit erhöht, dass vom QPC emittierte Elektronen in Richtung der Quantenpunkte zurückgestreut werden. Der Beitrag durch indirekte Coulomb-Wechselwirkung wird also größer. Dies wird anhand von Messungen auch in Kapitel 5.2 noch diskutiert.

2.6.4 Phononen Wechselwirkungen

Eine sehr gute Übersicht über Phononen Wechselwirkungen in zweidimensionalen Systemen findet sich in der Diplomarbeit von Georg Schinner [86]. Darin wurden spektroskopische Untersuchungen von Elektron-Phonon Streuungen durchgeführt, welche die Wichtigkeit dieser Wechselwirkung in mesoskopischen Systemen belegen [87]. Teile dieses Kapitels folgen daher den Ausführungen in [86].

Grundsätzlich existieren in Festkörpern akustische und optische Phononen, wobei optische Phononen hier keine Rolle spielen, da deren Energie (beinahe unabhängig vom Wellenvektor) in GaAs $E \simeq 36\text{ meV}$ beträgt und damit weit oberhalb der hier betrachteten Energien liegt. Bei den im Experiment vorherrschenden tiefen Temperaturen von $T = 20\text{ mK}$, sind außerdem die meisten thermischen Phononen ausgefroren.

Heiße Elektronen, also Elektronen mit einer Überschussenergie $E_{\text{kin}} - E_F = |eV_{\text{QPC}}|$, die von einem QPC Detektor emittiert werden, können jedoch akustische Phononen anregen, die wiederum vom Quantenpunktsystem absorbiert werden können. Dies wurde in einigen Experimenten von Vadim Khrapai *et al.* erstmals beobachtet [67, 88, 89, 90] später dann auch von U. Gasser *et al.* [91].

Die Wechselwirkung kann dabei über drei verschiedene Mechanismen erfolgen. Das Deformationspotential beschreibt die lokale Änderung der Bandlücke im Halbleiter, die durch Gitterschwingungen ausgelöst wird [92]. Die Oszillation der Bandkante stellt hier den möglichen Energieübertragung von einem akustischen

Phonon auf das 2DES dar.

Bei der piezoelektrischen Wechselwirkung induzieren die Phononen ein Dipolmoment im Kristall, welches über sein elektrisches Feld effektiv an die Elektronen koppelt.

Schließlich gibt es noch das makroskopische Deformationspotential, das vor allem in Heterostrukturen auftritt und Schwingungen an den Grenzflächen der verschiedenen Materialien beschreibt [93].

Die Ausbreitung von akustischen Phononen ist anisotrop und wird von C. Jasiukiewicz detailliert beschrieben [94]. Dabei hängt sowohl die Schallgeschwindigkeit als auch die Intensität von der Kristallrichtung ab und kann zur Fokussierung der Phononenströme führen.

Im Folgenden wird auf die Emission von Phononen durch heiße Elektronen eingegangen. Berechnet man die maximale Energie, die in einem einzelnen Streuprozess übertragen werden kann, so muss die Energie- und Impulserhaltung berücksichtigt werden. Die Dispersionsrelation von Elektronen ist

$$E = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_e^*} \quad (2.81)$$

im 2DES, wobei \mathbf{k} der Wellenvektor des Elektrons ist. Bei einem Streuprozess muss die Energieerhaltung

$$E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} = E_{\mathbf{q}} = \hbar v_{\hat{\mathbf{q}},\lambda} q \quad (2.82)$$

und Impulserhaltung

$$\mathbf{k} - \mathbf{k}' = \mathbf{q} \quad (2.83)$$

erfüllt sein. Hier bezeichnet \mathbf{k}' den Wellenvektor des Elektrons nach einem Streuprozess und $v_{\hat{\mathbf{q}},\lambda}$ die von der Polarisierung λ und der Ausbreitungsrichtung $\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/q$ abhängige Schallgeschwindigkeit der Phononen. \mathbf{q} ist der Wellenvektor des Phonons mit Betrag $q = |\mathbf{q}|$. Aus den Gleichungen 2.82 und 2.83 folgt

$$\frac{\hbar^2}{2m_e^*} (\mathbf{k}^2 - (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2) = \hbar v_{\hat{\mathbf{q}},\lambda} q. \quad (2.84)$$

Nimmt man an, dass $E_{\mathbf{k}} \approx E_{\mathbf{k}'} \gg E_{\mathbf{q}}$ ist, beträgt der maximale Impuls eines Phonons

$$q_{\max} \approx 2k. \quad (2.85)$$

Ein Elektron kann bei einem Streuprozess also maximal die Energie

$$\Delta E_{e-ph} = \hbar v_{\hat{\mathbf{q}},\lambda} q_{\max} \quad (2.86)$$

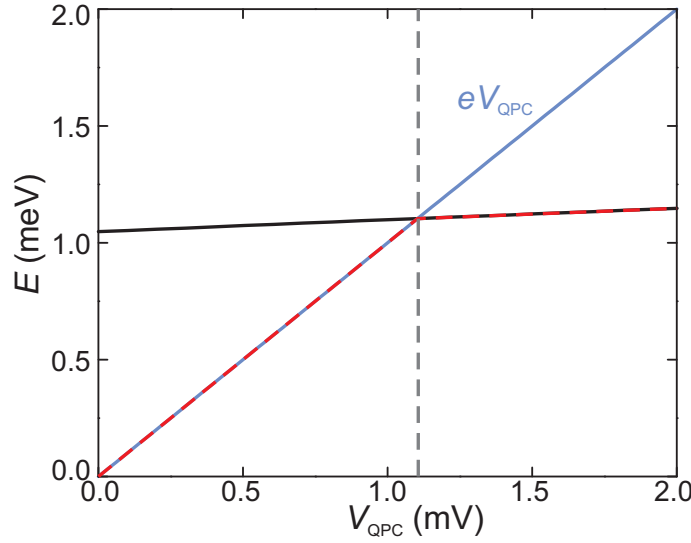


Abbildung 2.18: Graphik zur Bestimmung der maximalen Phononenenergie. Die blaue Ursprungsgerade gibt die vom QPC zur Verfügung gestellte Energie $|eV_{\text{QPC}}|$ an, die schwarze Gerade die nach Gleichung 2.87 berechnete, durch Impulserhaltung limitierte, Energie eines Phonons. Die rote gestrichelte Linie zeigt die resultierende, maximale Energie eines durch Elektron-Phonon Streuung emittierten Phonons. Für die Darstellung wurde $E_F = 10 \text{ meV}$ und $v_{\mathbf{q},\lambda} = 6000 \text{ m/s}$ angenommen. Der Schnittpunkt der Geraden liegt bei $E = 1.1 \text{ meV}$. Nach [95].

an ein Phonon abgeben. Die maximale Energie eines Phonons beträgt nach Gleichung 2.81, 2.85 und 2.86

$$E_{ph}^{\max} = 2v_{\mathbf{q},\lambda} \sqrt{2m_e^* (E_F + |eV_{\text{QPC}}|)}. \quad (2.87)$$

Zusätzlich ist jedoch zu beachten, dass die tatsächliche Maximalenergie sowohl von der Energie- als auch von der Impulserhaltung begrenzt wird [95]. In Abbildung 2.18 ist dies graphisch dargestellt. Die Energie $|eV_{\text{QPC}}|$, die der QPC zur Verfügung stellt, ist als Ursprungsgerade (in blau) eingezeichnet, die maximale Energie eines Phonons nach Gleichung 2.87 in schwarz. Der Schnittpunkt der beiden Geraden bei $E = 1.1 \text{ meV}$ markiert den Übergang von limitierender Energie- zu Impulserhaltung. Die rote gestrichelte Linie gibt die tatsächliche maximale Energie eines emittierten Phonons an. Für die Darstellung in Abbildung 2.18 wurde eine Fermienergie von $E_F = 10 \text{ meV}$ und eine maximale Schallgeschwindigkeit von $v_{\mathbf{q},\lambda}^{\max} = 6000 \text{ m/s}$ eingesetzt [87].

Befindet man sich in dem Bereich, der durch Impulserhaltung limitiert ist (hier für $V_{\text{QPC}} \geq 1.1 \text{ meV}$), kann man Gleichung 2.87 umschreiben zu

$$E_{ph}^{\max} \simeq 2\hbar v_{\mathbf{q},\lambda} k_F. \quad (2.88)$$

2.6 Rückkopplungen eines Ladungsdetektors auf ein Quantenpunktsystem 41

Für die Rückkopplungen eines QPCs auf ein Quantenpunktsystem bedeutet dies, dass Energiequanten bis zu einer Energie von $E \simeq 1.1 \text{ meV}$ durch akustische Phononen ausgetauscht werden können. Für höhere Energien wird jedoch durch die Impulserhaltung eine Obergrenze festgelegt. Dieses Verhalten konnte im Experiment bestätigt werden, wie in Kapitel 5.2 diskutiert wird.

Allgemein sind Elektron-Phonon Streuprozesse relativ selten und die mittlere Streulänge von Elektronen für $V_{SD} \simeq 1 \text{ meV}$ bei tiefen Temperaturen in der Größenordnung von $l_{e-ph} \simeq 100 \mu\text{m}$ und damit deutlich länger als die Elektron-Elektron Streulänge von $l_{e-e} \simeq 8 \mu\text{m}$ [87]. Da sich akustische Phononen jedoch ungehindert durch die Probe bewegen können, und nicht durch Gatter und elektrostatische Barrieren aufgehalten werden, spielen Wechselwirkungen über Phononen trotzdem eine wichtige Rolle. Trifft ein akustisches Phonon auf einen Doppelquantenpunkt ist zudem die Absorptionswahrscheinlichkeit groß, wenn die Wellenlänge der Phononen in der selben Größenordnung wie die Abmessungen der Quantenpunkte liegt und damit eine starke Kopplung möglich ist.

Passen Vielfache der halben Wellenlänge der Phononen und der Abstand der beiden Quantenpunkte in einem Doppelquantenpunkt exakt zusammen, können auch Interferenzen entstehen. Je nachdem ob die beiden Quantenpunkte gleichphasig oder mit entgegengesetzter Phase angeregt werden, können konstruktive oder destruktive Interferenzen auftreten. Dieses Phänomen wurde von Louis Gaudreau an einem Dreifachquantenpunkt und ebenfalls in den hier untersuchten Doppelquantenpunkten beobachtet (siehe auch Kapitel 5.2). Eine theoretische Beschreibung wird derzeit von Carolyn Young und Aash Clerk erarbeitet. Die Arbeit zu diesem Thema ist noch nicht abgeschlossen und wird auf experimenteller Seite von Daniela Taubert weitergeführt.

Erste Anzeichen für Interferenzeffekte in der Emission von Phononen in Doppelquantenpunkten wurden bereits von Fujisawa *et al.* [96] beobachtet. T. Brandes und B. Kramer entwickelten daraufhin eine Theorie, die diesen Effekt erklärt [97]. Vor kurzem konnten solche Interferenzen in Graphen- und InAs- Doppelquantenpunkten von P. Roulleau *et al.* nachgewiesen werden [98].

Kapitel 3

Probenherstellung

Die Probenherstellung folgt im Wesentlichen den bewährten Prozessen und Rezepten, die am Lehrstuhl und insbesondere der Transportgruppe etabliert sind. Daher wird in diesem Kapitel nur kurz auf die einzelnen Schritte verwiesen, die genauen Prozessparameter sowie die Wachstumsparameter des verwendeten *wafer*s sind im Anhang aufgelistet. Teile dieses Kapitels sind aus der Diplomarbeit des Autors übernommen [24].

Der letzte Abschnitt dieses Kapitels behandelt die Prozessierung von speziellen Hochfrequenzbauteilen, wie Mikrostreifenleiter und Hochfrequenz-Probenhalter.

Die Prozessierung der Proben basiert auf einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur. Der *wafer* wurde am Lehrstuhl von Werner Wegscheider an der Universität Regensburg mit Hilfe von Molekularstrahlepitaxie (englisch: *molecular beam epitaxy*, MBE) gewachsen. Die Wafer werden vor der Prozessierung in etwa 4×5 mm große Stücke zerteilt und im Reinraum gründlich gesäubert. Die restliche Prozessierung findet bei uns ebenfalls im Reinraum statt.

3.1 Optische Lithographie

Die Proben werden mit lithographischen Techniken strukturiert. Dafür wird auf die, in die gewünschte Größe gebrochene und gereinigte Probe, mit einer Lackschleuder eine dünne Schicht lichtempfindlichen Lacks aufgebracht. Diese Photolackschicht wird nach dem Trocknen am *maskaligner* selektiv belichtet. Die Struktur der dabei verwendeten Chrommaske wird auf die Lackschicht abgebildet. Beim hier verwendeten Positivlack bricht die UV-Strahlung der Hg-Dampfampe des *maskaligners* die Molekülketten des Photolacks in den belichteten Bereichen auf. Diese lassen sich anschließend mit einem Entwickler lösen. In Abbildung 3.1

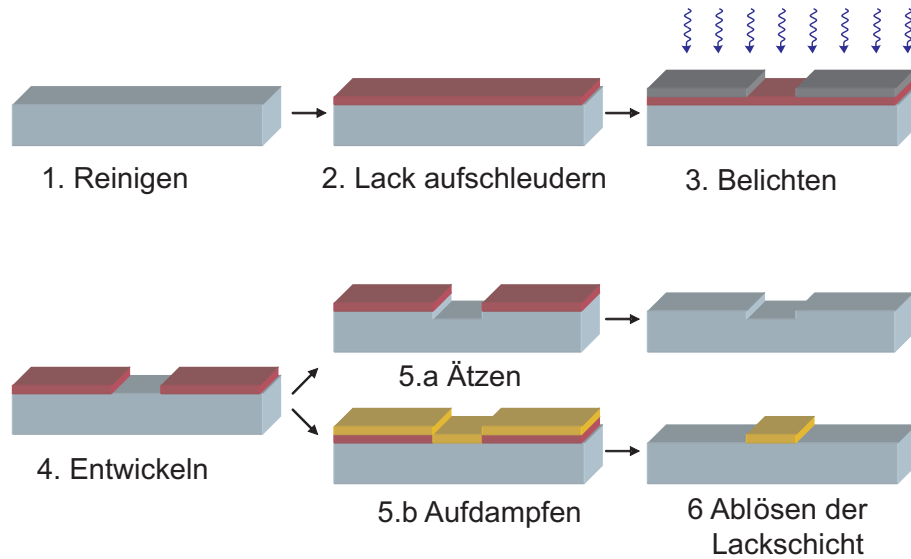


Abbildung 3.1: Optische Lithographie

ist dies schematisch dargestellt. Der verbliebene Photolack dient entweder als Schutzschicht für nasschemisches Ätzen oder als Unterlage für das Aufdampfen von Metallen. Nach dem entsprechenden Prozess wird der Lack mit einem Lösungsmittel entfernt.

3.1.1 Definieren der Mesa

Der erste Prozessschritt definiert die Mesa. Die Mesa ist der Bereich auf der Probe, in dem ein 2DES existiert. Die restlichen Bereiche werden etwa 100nm tief geätzt, um die Dotierschicht und damit auch das 2DES zu entfernen. Durch das Ätzen der Mesa wird das 2DES in mehrere Bereiche unterteilt, die später jeweils eine getrennte Nanostruktur enthalten. Abbildung 3.2 zeigt eine Skizze einer einzelnen Mesa sowie der Zuleitungen für Gatter und ohmsche Kontakte.

3.1.2 Ohmsche Kontakte

Um das 2DES elektrisch zu kontaktieren benötigt man auf der Oberfläche der Mesa Kontaktflächen, die bis in das 2DES hinunterreichen. Dazu wird auf die äußeren Flächen der Mesa eine eutektische Gold-Germanium Legierung aufgedampft. Nach dem Ablösen des Photolacks wird diese Legierung unter Argon Schutzatmosphäre bis auf 420 °C erhitzt. Dabei diffundiert vor allem Germanium in die Probe ein und stellt eine ohmsche Verbindung von der Oberfläche ins 2DES her. Die Meanderstruktur entlang der ohmschen Kontakte soll die Kontaktfläche

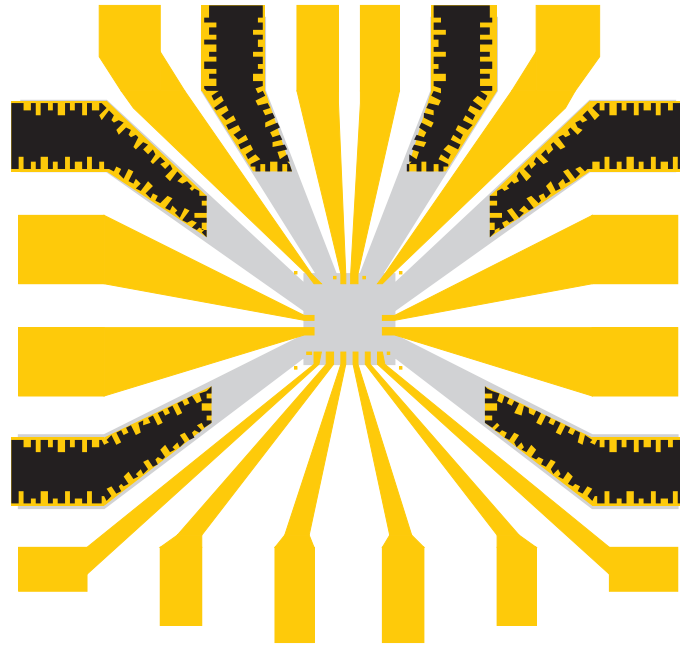


Abbildung 3.2: Skizze der optisch definierten Probenstruktur. Das verbleibende 2DES ist hellgrau dargestellt, die Gatterzuleitungen gelb und die ohmschen Kontakte schwarz. Auf einen Chip passt diese Struktur neun mal.

zum 2DES vergrößern und insbesondere beim Anlegen eines Magnetfeldes die Strecke der Randkanäle entlang des ohmschen Kontakts verlängern und dadurch den Kontakt verbessern.

3.1.3 Gatter

Um im 2DES elektrostatisch eine Potentiallandschaft zu formen, benutzt man metallische Gatterelektroden auf der Oberfläche. Sobald eine negative Spannung an diese Gatter angelegt wird, verdrängt das elektrische Feld die Elektronen darunter. Ist die Spannung ausreichend groß wird das 2DES komplett verarmt. Mit dieser Technik lassen sich schaltbare Barrieren für Elektronen definieren, wie bereits in Kapitel 2.1 diskutiert.

Die Gatter werden im äußeren Bereich der Probe mit optischer Lithographie, in der Mitte jedoch mit Elektronenstrahlolithographie (siehe 3.2) hergestellt. Nach dem Entwickeln des Lacks wird in beiden Fällen erst eine dünne Schicht Titan als Haftvermittler und darauf eine Schicht Gold aufgedampft.

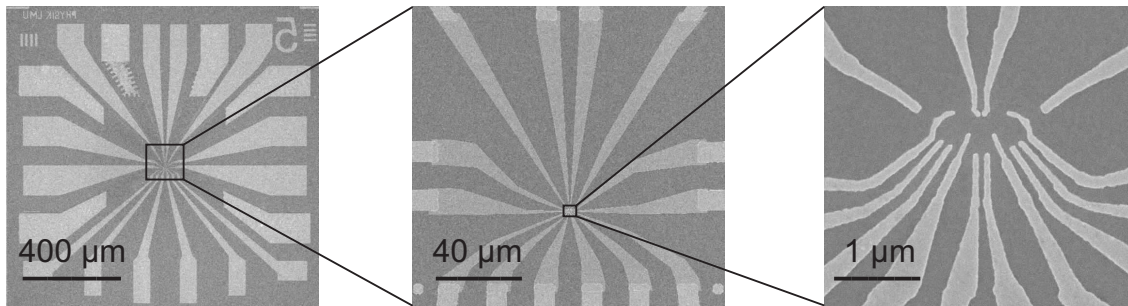


Abbildung 3.3: REM-Aufnahmen einer Test-Probe. Die hellen Bereiche sind Goldstrukturen, die eine höhere Elektronenrückstreuung aufweisen. Die Aufnahmen sind von links nach rechts mit einer Vergrößerung von 60-fach, 500-fach und 40000-fach aufgenommen. Im mittleren Bild sieht man den Übergang von den optisch definierten zu den dünneren, am REM geschriebenen Gattern.

3.2 Elektronenstrahlolithographie

Um Strukturen zu prozessieren, die kleiner sind als die Wellenlänge des am *mask-aligner* verwendeten Lichts (405 nm), benutzt man ein **Raster Elektronen Mikroskop** (REM). Als Lack wird **Polymethylmethacrylat** (PMMA) benutzt, welches in fester Form Plexiglas bildet. Eine 4 prozentige PMMA Lösung wird dazu auf die Probe aufgeschleudert und auf einer Heizplatte ausgehärtet. Wird der Lack später mit Elektronen beschossen, werden aus der GaAs Oberflächen der Probe Sekundärelektronen herausgelöst, die die Polymerketten des PMMA in kürzere Ketten aufbrechen. Diese sind besser löslich und lassen sich mit einem geeigneten Entwickler entfernen. Für Elektronenstrahlolithographie wird keine Maske benutzt sondern der Elektronenstrahl wird fokussiert und Zeile für Zeile über das vorher festgelegte Schreibfeld bewegt. Durch gezieltes Ausblenden des Elektronenstrahls wird die Probe nur in vorher festgelegten Bereichen belichtet. Die maximal erreichbare Auflösung der Strukturen ist dabei nicht durch die sehr geringe Wellenlänge der Elektronen begrenzt, sondern durch die Fokussierung des Elektronenstrahls und den *proximity* Effekt. Letzterer spiegelt die Tatsache wider, dass hauptsächlich Sekundärelektronen für die Belichtung verantwortlich sind. Da diese auch in benachbarte Bereiche gestreut werden, hängt die benötigte Dosis stark von der Geometrie der zu schreibenden Struktur ab. Die richtige Dosis ist daher nur durch Dosistests an sogenannten „Dummy“-Proben aus GaAs zu ermitteln. Abbildung 3.3 zeigt REM Aufnahmen eines solchen Dosistests auf einer Testprobe. REM-Aufnahmen werden üblicherweise von Dummies gemacht, da im 2DES einer echten Probe durch die hochenergetischen Elektronen des REMs Defekte auftreten können. „Scharfe Proben“, also solche mit 2DES, werden schonender mit einem Raster-Kraft-Mikroskop untersucht. In Abbildung 3.4 ist eine solche Aufnahme einer Probe dargestellt.

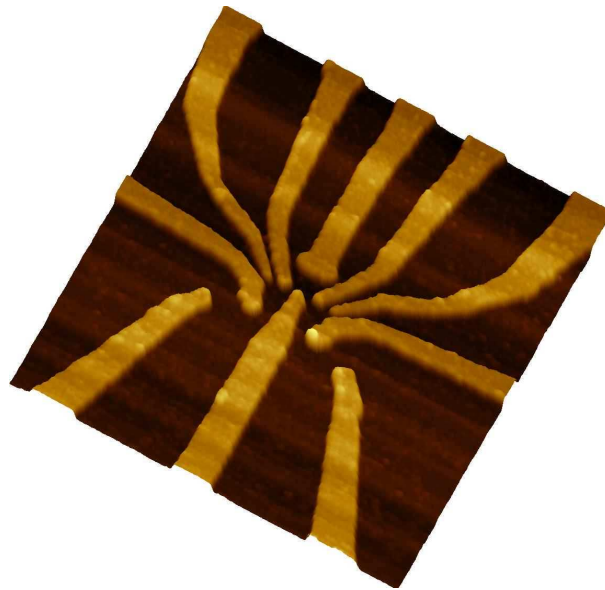


Abbildung 3.4: Raster-Kraft-Mikroskop Aufnahme einer Probenoberfläche. Goldgatter sind hell dargestellt.

3.3 Bonden

Um Messungen an der Probe durchzuführen, braucht man noch eine Verbindung von den makroskopischen Kabeln und Zuleitungen der Messgeräte bis zu den sehr kleinen Strukturen der Probe. Dieser Übergang wird mit Hilfe eines *wedge bonders* hergestellt. Die Probe wird zuerst mit Leitsilber auf einen Probenhalter aufgeklebt. Die Kontaktflächen des Probenhalters werden mit Aluminium- oder Golddrähten mit den ohmschen Kontakten beziehungsweise den Gattern verbunden. Diese Drähte haben einen Durchmesser von etwa $25\mu\text{m}$. Der Draht läuft durch ein Loch in der Spitze des *wedge bonders*. Mit der Spitze wird der Draht auf das Kontaktfeld gedrückt und mit einem Ultraschallpuls lokal verschweißt.

Beim *bonden* der Gatter, die mit Hochfrequenzleitungen verbunden werden, sollte man darauf achten, dass der Draht möglichst flach verläuft und keine anderen Leitungen kreuzt. Dadurch kann man zusätzliche Induktivitäten und Übersprechen vermeiden.

3.4 Hochfrequenzbauteile

Für die Hochfrequenzverkabelung wurden spezielle thermische Ankopplungen und ein angepasster Probenhalter angefertigt. Die Funktion dieser Bauteile wird

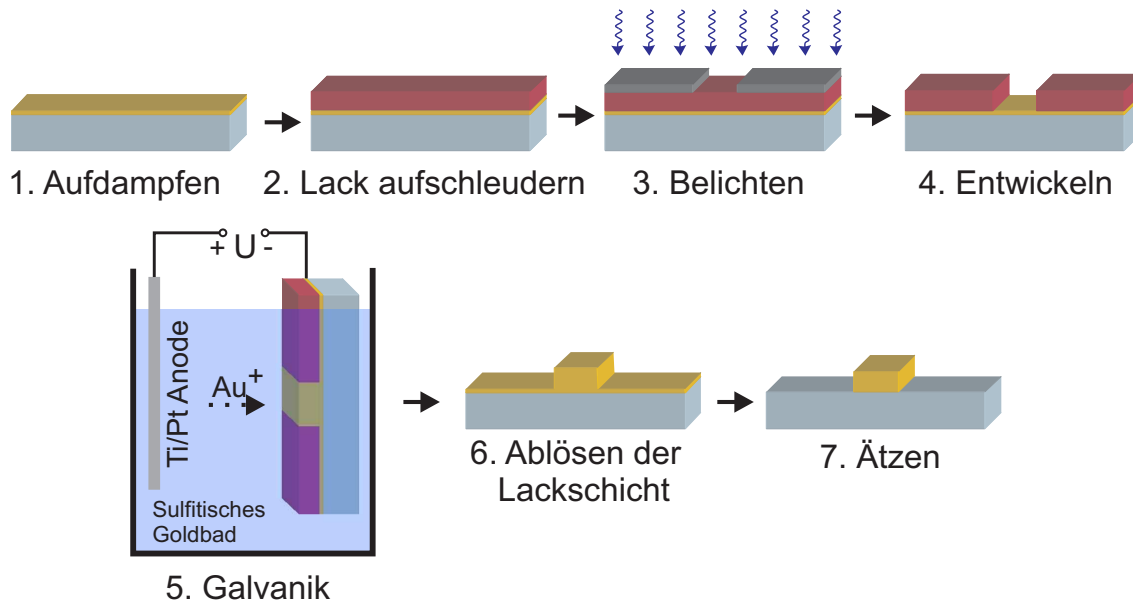


Abbildung 3.5: Prozess-Schritte zum galvanischen Aufwachsen von Gold.

in Kapitel 4.4.2 und 4.4.6 genauer beschrieben. Hier wird kurz der Herstellungsprozess erklärt. Die Prozessparameter sind im Angang A.3 aufgeführt.

3.4.1 Streifenleiter auf Saphir Substrat

Auf die Streifenleiter, die als thermische Ankopplung der Hochfrequenzkabel eingesetzt werden, soll später gelötet werden, was eine mehrere Mikrometer dicke Goldschicht erfordert. Da sich so dicke Schichten nicht einfach aufdampfen lassen, wird dafür ein Galvanikprozess benutzt [99, 100, 101].

Für das Aufbringen von Gold-Streifenleitern auf das Saphir Substrat wird das Substrat zuerst gründlich gereinigt. Da Saphir chemisch sehr beständig ist, kann man hierfür unter anderem ein Sauerstoffplasma verwenden, das sehr effektiv organische Rückstände entfernt. Anschließend wird auf eine Seite eine homogene Schicht aus 5nm Titan als Haftvermittler und anschließend 50nm Gold aufgedampft. Diese Goldschicht (Benetzungsschicht) dient als Grundlage um später galvanisch Gold aufzuwachsen. Abbildung 3.5 zeigt das verwendete Prinzip zum galvanischen Verstärken der Goldschicht. Auf das Substrat wird zum definieren einer Galvanikmaske ein Dickschichtlack mit etwa $8\mu\text{m}$ Stärke aufgeschleudert und ausgebacken. Die Belichtung am *maskaligner* kann man aufgrund der relativ großen Strukturgröße von 0.4mm Streifenbreite mit einer Folienmaske vornehmen, die in diesem Fall von der Firma Zitzmann mittels hochauflösendem

Fotoplot hergestellt wurde¹. Nach dem Entwickeln wird in einem Galvanikbad auf die freigelegte Struktur eine Schicht von 8 µm Dicke aufgewachsen. Die Benetzungsschicht wird dazu am Rand des Substrats elektrisch kontaktiert um eine Spannung anzulegen. Während des Galvanikprozesses sollte die Temperatur konstant gehalten werden und die Galvaniklösung ständig gerührt werden, um einen gleichmäßigen Metallfilm abzuscheiden. Der Lack kann danach entfernt werden und anschließend wird mit Königswasser 50 nm Gold geätzt. Die Benetzungsschicht wird dabei entfernt, während die galvanisch verstärkte Goldschicht fast unverändert zurückbleibt.

3.4.2 Strukturieren des Platinenmaterials für Hochfrequenzprobenhalter

Der Hochfrequenz-Probenhalter, dessen Funktion in Kapitel 4.4.6 beschrieben wird, basiert auf einer Platine, die im Reinraum lithographisch strukturiert wird. Das relativ spröde Keramik-Duroplast Verbundmaterial der verwendeten Platine TMM10 der Firma *Rogers* kann am einfachsten mit Hilfe einer Fräse in passende Stücke zerteilt werden. Auch Aussparungen für Stecker lassen sich sehr einfach fräsen. Die Strukturierung der Leiterbahnen des beidseitig mit Kupfer beschichteten TMM10 kann mit üblichen photolithographischen Techniken vorgenommen werden.

Um Oxidation der Kupferbeschichtung zu vermeiden, wird nach dem gründlichen Entfernen einer eventuellen Oxidschicht in verdünnter Salzsäure, auf die Oberseite Gold aufgedampft. Auf diese Goldschicht lässt sich später auch sehr gut *bonden*. Nach dem Aubringen einer Photolack-Maske, wird das Gold selektiv mit einer Kalium-Iodid (KI/I_2) Gold Ätze entfernt. Bei diesem Ätzvorgang setzt sich Kalium-Iodid als weißlicher Niederschlag auf dem darunterliegenden Kupfer ab und verhindert so beim nachfolgenden Kupfer Ätzen mit Natrium-Persulfat eine gleichmäßige Ätzrate. Diesen Niederschlag kann man im Ultraschallbad mechanisch lösen. Dazu kann man entweder in einer geheizten und mit Sauerstoff durchspülten Ätzküvette kurz (10s) ätzen, den Ätzvorgang unterbrechen, die Platine in einem Ultraschallbad reinigen und anschließend in der Ätzküvette weiterätzen. Oder man führt den Ätzvorgang komplett im Ultraschallbad aus. Dabei ist es wichtig, auf die seitliche Unterätzung der Struktur zu achten, da gerade bei Streifenleitern die Impedanz von der Breite der Leiterbahnen abhängt (siehe dazu auch Gleichung 4.3 und 4.4).

¹Zitzmann GmbH, <http://www.zitzmann-gmbh.de>

Kapitel 4

Messaufbau

Einzelne Elektronen zu isolieren, um deren Eigenschaften zu untersuchen, erfordert nicht nur geeignete Proben, sondern stellt auch hohe Anforderungen an den verwendeten Messaufbau. In diesem Kapitel werden die wesentlichen Voraussetzungen beschrieben und wie sie experimentell umgesetzt werden können. Das Kapitel ist in fünf Abschnitte gegliedert. Zuerst wird sehr kurz auf den verwendeten Kryostaten eingegangen. In Abschnitt 4.2 wird das verwendete Erdungskonzept erläutert. Abschnitt 4.3 beschäftigt sich ausführlich mit der niederfrequenten Verkabelung des Kryostaten sowie der verwendeten Filter. Der Abschnitt 4.4 diskutiert die Hochfrequenzverkabelung sowie die verwendeten Hochfrequenzkomponenten wie die thermischen Ankopplungen, die *bias tees* und den Probenhalter. Im letzten Abschnitt werden schließlich die verwendeten Messtechniken mit jeweiligem Ersatzschaltbild erklärt.

4.1 Kryostat

Eine wichtige Bedingung, die erfüllt sein muss, um Quantenpunkte zu definieren, wurde bereits in Kapitel 2.3 beschrieben, nämlich, dass die thermische Energie $k_B T$ kleiner ist als die Ladeenergie. Außerdem ist in Spektroskopieexperimenten die minimale Energie, die aufgelöst werden kann, durch die Temperatur des Elektronensystems limitiert. Daher ist es von Vorteil die Probe auf eine möglichst tiefe Temperatur abzukühlen.

Gut geeignet für diese Anwendungen sind $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostate, die Basistemperaturen bis zu wenigen Millikelvin erreichen. Das Funktionsprinzip wird in [102] beschrieben. Der in dieser Arbeit verwendete Kryostat ist ein *Oxford Kelvinox 100*. Obwohl der kälteste Bereich, die Mischkammer, in diesem System $T = 16\text{ mK}$ erreicht, ist es nicht selbstverständlich, dass die Temperatur des

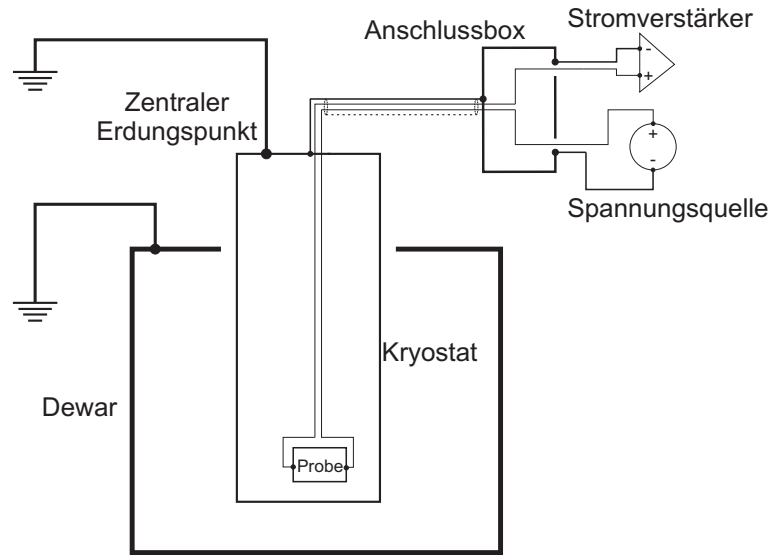


Abbildung 4.1: Schematische Skizze des Erdungskonzepts. Alle elektrischen Verbindungen sind mit Punkten markiert, Durchführungen sind als kreuzende Linien dargestellt. Der Stromkreis wird über Spannungsquelle und Stromverstärker geschlossen.

Elektronensystems ebenfalls soweit gesenkt wird. Da die Zuleitungen einen kontinuierlichen Wärmeeintrag verursachen, liegt die Temperatur des 2DES in der Probe im Bereich von etwa $T_{2DES} \simeq 100 \text{ mK}$ (siehe auch Kapitel 5.1.1).

4.2 Erdung

Das Erdungskonzept für den Messaufbau ist in Abbildung 4.1 skizziert. Der Dewar ist vom eigentlichen Kryostaten elektrisch isoliert und separat geerdet. Damit erhält man eine zusätzliche Abschirmung und Sicherheit vor elektrostatischen Entladungen für den empfindlichen Messaufbau. Der Kryostat ist über *einen einzigen* Erdungspunkt an zentraler Stelle massiv mit dem Schutzleiter einer Steckdose verbunden. Von diesem zentralen Erdungspunkt am Kryostaten aus werden alle Geräte sternförmig mit der Erde verbunden, um *von* dort ein Referenzpotential zu beziehen. Der Außenleiter der angeschlossenen coaxialen Messkabel liegt am Kryostaten auf dem Erdpotential und definiert darüber das Potential des Gehäuses der Anschlussboxen. Der Außenleiter aller daran angeschlossenen Kabel definiert wiederum das Referenzpotential der einzelnen daran angeschlossenen Geräte. Dabei ist zu beachten, dass nur erdfreie Geräte angeschlossen werden, da sonst ein zweiter Erdungspunkt geschaffen wird und damit eine Erdschleife. Spannungsquellen und Multimeter sind in der Regel erdfrei, das heißt sie besitzen differentielle Ein- oder Ausgänge und lassen sich so-

mit problemlos in den Messaufbau integrieren. Alle Geräte, deren Referenzpotential über die Stromversorgung definiert wird, wie zum Beispiel Stromverstärker, Hochfrequenzgeräte oder Oszilloskope müssen über einen Trenntransformator galvanisch vom Stromnetz entkoppelt werden. Sollen diese Geräte zusätzlich über einen Rechner gesteuert werden, müssen auch die Datenleitungen entsprechend entkoppelt werden. Hierfür wurden Glasfaser-Optokoppler (*ICRON*, *USB-Rover*) verwendet.

Alle metallischen Schläuche und Pumpleitungen, die zum Kryostaten führen, müssen über isolierende Spann- und Zentrierringe angeschlossen werden. Ebenso muss bei der Thermometrieverkabelung darauf geachtet werden, dass höchstens eine elektrische Verbindung zur Erde besteht.

Erdschleifen¹ verursachen oszillierende Signale mit der Netzfrequenz 50 Hz und deren Vielfachen (100 Hz, 150 Hz,...). In dem hier verwendeten Erdungskonzept stellt der Außenleiter der Kabel gleichzeitig Abschirmung und Teil des Signalweges dar. Ist dieser Außenleiter an zwei Punkten mit leicht unterschiedlichem Erdpotential verbunden, so fließen Ausgleichsströme im Außenleiter zwischen diesen Punkten. Über den endlichen Widerstand der Kabel führt dies zu einem Spannungsabfall, der sich direkt ins Messsignal überträgt.

Dieser geschlossene Pfad stellt außerdem eine kurzgeschlossene Sekundärwicklung eines Transformators dar, in der magnetische Wechselfelder (zum Beispiel durch Netzgeräte) Ströme induzieren können. Daher empfiehlt es sich die Kabel möglichst gegeneinander zu verdrehen um die aufgespannte Fläche zu minimieren. In solchen verdrehten Leitungen heben sich in aufeinander folgenden Maschen die induzierten Spannungen jeweils auf. Die Messkabel und empfindliche Geräte sollten außerdem möglichst weit weg von magnetischen Wechselfeldern wie Transformatoren platziert werden, da die Abschirmung niederfrequenter magnetischer Wechselfelder sehr aufwendig ist.

Zum Test des Messaufbaus und dem Aufspüren einer möglichen Erdschleife ist die in Kapitel 4.5.1 beschriebene Methode sehr hilfreich.

4.3 Verkabelung

Bei den durchgeführten Experimenten sind für den Anschluss der verwendeten Proben drei grundsätzlich verschiedene Arten von Zuleitungen notwendig.

- Die Gatter benötigen Steuerleitungen auf denen quasi-statische Spannungen angelegt werden und kein Strom fließt. Diese Leitungen werden mit DC-Gatterzuleitungen bezeichnet.

¹Der allgemeinere Begriff ist Brummschleife. Eine Erdschleife ist eine mögliche Form einer Brummschleife, die vorliegt wenn sie durch ungünstige Erdung verursacht wird.

- Zuleitungen für die ohmschen Kontakte und das 2DES werden im Folgenden SD-Leitungen genannt.
- Hochfrequenzleitungen, die an die Gatter angeschlossen werden können um Spannungspulse zu übertragen, werden mit HF-Kabel bezeichnet (siehe Kapitel 4.4).

All diese Kabel müssen thermisch angekoppelt werden um den Wärmeeintrag zu minimieren. Außerdem sind mehrstufige Filter notwendig, damit ungewollte Störsignale nicht die Probe erreichen.

4.3.1 DC-Gatterzuleitungen

Die Kabel der niederfrequenten Gatterzuleitungen sind als verdrehte Paare in so genannten *loom wires* gebündelt. Diese lassen sich zur thermischen Ankopplung auf Kupferzylinder wickeln, die fest mit den verschiedenen Kühlstufen des Kryostaten verbunden sind. Um den Wärmeeintrag zu minimieren, wird als Kabelmaterial entweder hochohmiges Konstantan oder supraleitendes Niob-Titan verwendet, jeweils mit einer dünnen Lackschicht als Isolierung. Der Vorteil von *loom wires* ist, dass man viele Leitungen sehr platzsparend verlegen kann und die thermische Ankopplung einfach ist. Der Nachteil ist, dass sie mechanisch wenig stabil sind und zu Kurzschlüssen neigen falls die Lackisolierung verkratzt wird. Außerdem können in die Drähte aufgrund der fehlenden Abschirmung leicht Störsignale einkoppeln und die Signale zwischen einzelnen Leitungen übersprechen.

Gatter-Filter

Für eine effektive Entstörung ist es am besten, alle Zuleitungen direkt am Anschluss des Kryostaten mit Tiefpässen zu filtern. So vermeidet man, dass Störsignale in den Kryostaten, der einen Faraday'schen Käfig darstellt, einkoppeln. Bei den DC-Gatterzuleitungen ist die Filterung relativ einfach, da hier im stationären Betrieb kein Strom transportiert wird und man RC-Tiefpässe mit hohem Serienwiderstand und großer Kapazität benutzen kann, die eine entsprechend niedrige Grenzfrequenz aufweisen. Diese Filter sind zweistufig aufgebaut. Abbildung 4.2 zeigt den schematischen Aufbau sowie eine fertige Filterbox. Die erste Stufe filtert hochfrequente Signale mit π -Filtern (Tusonix 4201-053). Die zweite Stufe besteht aus RC-Gliedern ($R = 100\text{ k}\Omega$, $C = 1\text{ }\mu\text{F}$), welche gemäß $f_G = \frac{1}{2\pi RC}$ bei einer Grenzfrequenz von $f_G = 1.6\text{ Hz}$ abschneiden. Die beiden Stufen sind durch ein

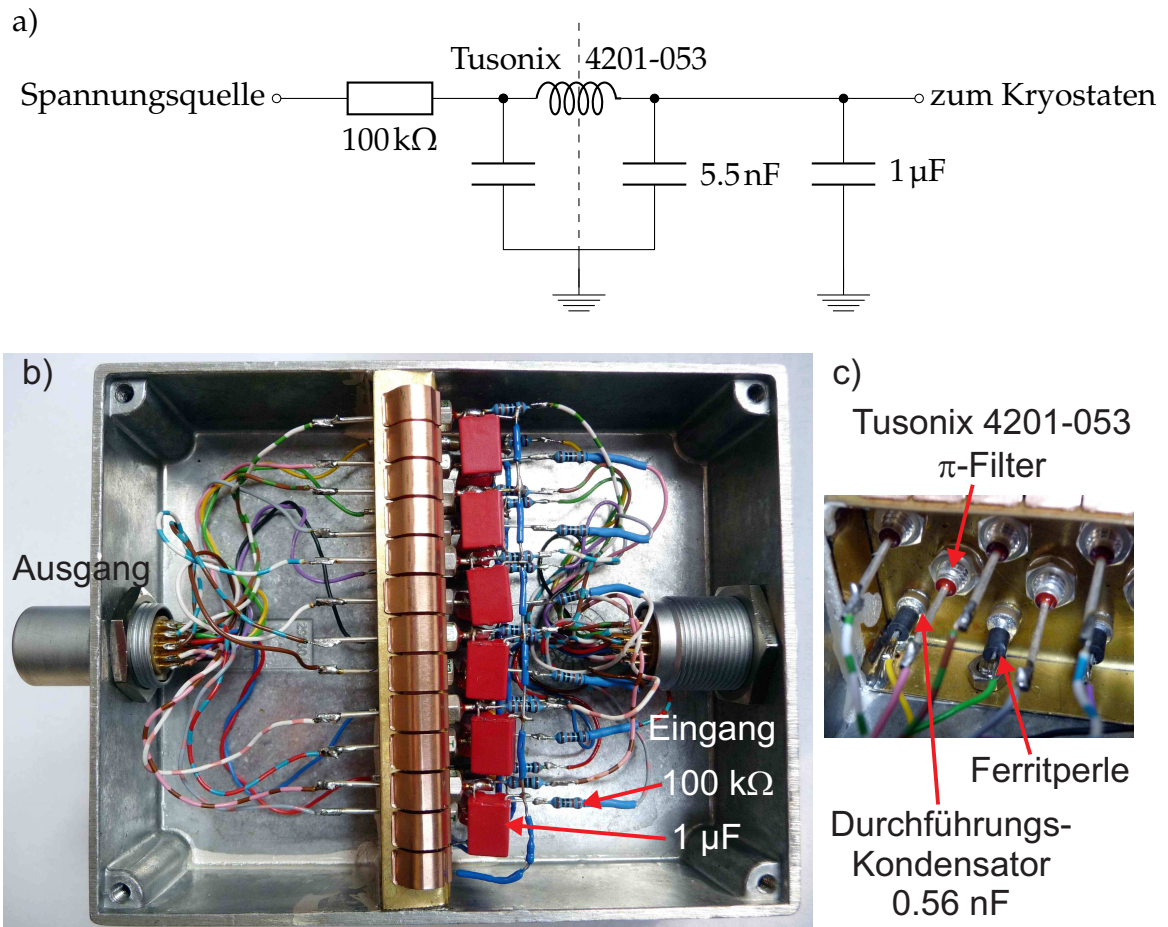


Abbildung 4.2: a) Schematischer Aufbau der Gatterzuleitungs-Filter bei Raumtemperatur. Die Grenzfrequenz des RC-Tiefpasses liegt bei 1.6 Hz. Die Gesamtkapazität des π -Filters beträgt 5.5 nF. b) Bild einer fertigen Filterbox. In der Mitte ist das Abschirmblech zu sehen, das die beiden Filterstufen voneinander trennt. c) Detailaufnahme der Durchführungen. Bei dieser Box sind auch Filter für SD-Kabel enthalten (vergleiche Kapitel 4.3.2).

Frequenz	Dämpfung (dB)
10MHz	-14
100MHz	-55
1GHz	-65
10GHz	-65

Tabelle 4.1: Dämpfung der Tusonix 4201-053 π -Filter.

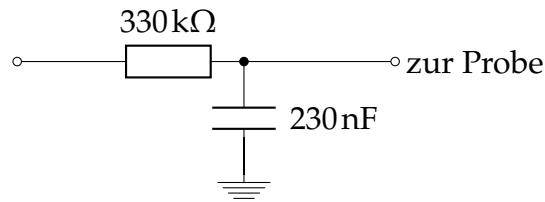


Abbildung 4.3: Aufbau der Tieftemperatur Gatter-Filter. Die Grenzfrequenz beträgt 5 Hz.

Abschirmblech innerhalb der Filterbox getrennt, um hochfrequentes Übersprechen zwischen den beiden Stufen zu verhindern. Die π -Filter bilden die elektrischen Durchführungen durch dieses Abschirmblech (siehe Abbildung 4.2c). Tabelle 4.1 zeigt die Dämpfung der verwendeten π -Filter zwischen 10 MHz und 10 GHz.

Die Gatterzuleitungen werden bei tiefen Temperaturen ($T \simeq 20\text{ mK}$) ein weiteres Mal gefiltert, um thermisches Rauschen sowie Signale, die im Kryostaten durch Übersprechen in die ungeschirmten Kabel einkoppeln, zu unterdrücken. Abbildung 4.3 zeigt den Aufbau der Tieftemperatur-Filter. Dieses Filter ist als Schaltung mit Streifenleitern auf einer dünnen Kapton Folie aus SMD-Bauteilen aufgebaut. Die Folie wird mit Epoxidharz (*Stycast 1266*) auf einen thermisch direkt an die Mischkammer angekoppelten Silberblock aufgeklebt, um einen möglichst guten thermischen Kontakt herzustellen [103]. Obwohl sich bei $R = 330\text{ k}\Omega$ und $C = 230\text{ nF}$ rechnerisch eine Grenzfrequenz von $f_G = 2\text{ Hz}$ ergibt, beträgt die gemessene Grenzfrequenz bei tiefen Temperaturen $f_G \simeq 5\text{ Hz}$, da die temperaturabhängige Kapazität der verwendeten Kondensatoren bei tiefen Temperaturen geringer ist.

4.3.2 Stromführende Kabel

Die korrekte Ausführung der stromführenden Zuleitungen (englisch *source-drain*, SD) ist besonders wichtig, da hier sehr kleine Signale ($I < 1\text{ nA}$) übertragen wer-

Frequenz	Dämpfung (dB) für 2 m
1 MHz	-7.7
10 MHz	-8.5
100 MHz	-15.4
1 GHz	-41.1

Tabelle 4.2: Dämpfung des Edelstahl Koax-Kabelmaterials *Janis* Model NF12-50F-257-0.

den. Die Kabel müssen daher möglichst kurz ² und gut abgeschirmt sein, der Stromverstärker sollte außerdem unmittelbar am Kryostaten platziert werden. Im Rahmen dieser Doktorarbeit wurden neue SD-Kabel in den Kryostaten eingebaut, um diesen Anforderungen gerecht zu werden.

Als Kabelmaterial wurde ein flexibles Edelstahl Koaxialkabel gewählt (*Janis*, Model NF12-50F-257-0), welches sehr robust ist, einen hohen elektrischen Widerstand ($R \simeq 100 \Omega/\text{m}$) und damit eine niedrige Wärmeleitfähigkeit besitzt und aufgrund des Außenleiters gegen Störsignale abgeschirmt ist. Außerdem werden aufgrund des geringen Durchmessers und des relativ hohen Widerstandes Signale mit hohen Frequenzen gedämpft. Die hier verwendeten Kabel sind ein Kompromiss aus Preis, Verarbeitbarkeit, thermischen Eigenschaften und Dämpfung. Es gibt die Möglichkeit bei Bedarf Kabel mit deutlich höherer Dämpfung für bessere Filterung einzusetzen [104, 105, 106, 107]. Tabelle 4.2 zeigt die Dämpfung des Kabelmaterials (für die einfache verbaute Kabellänge von 2 Metern) bei verschiedenen Frequenzen.

SD-Filter

Die Filter für die SD-Leitungen sollten je nach geplantem Experiment angepasst werden, um eine ausreichende Filterwirkung zu erzielen und gleichzeitig eine ausreichende Messbandbreite zu ermöglichen. Dabei sollte der Widerstand der Zuleitungen inklusive Filter deutlich geringer als der Probenwiderstand sein, um die Dynamik der Messung nicht übermäßig einzuschränken. Bei typischen Messungen an Quantenpunktkontakten (siehe Kapitel 5.2.3) ist der Probenwiderstand $R > 25 \text{ k}\Omega$. Ein Serienwiderstand von einigen $\text{k}\Omega$ ist daher akzeptabel. Am Eingang des verwendeten Stromverstärkers (*DL Instruments* Modell 1211), der nach dem Prinzip des Strom-Spannung-Wandlers funktioniert, darf außerdem keine zu große Kapazität gegen Masse geschaltet sein [108]. Der eingebaute Operationsverstärker verursacht sonst bei einer Frequenz, die invers proportional zur

²Im Idealfall ist das Kabel zum Stromverstärker sehr kurz, um die Kabelkapazität gering zu halten und Einkopplungen von Störsignalen zu vermeiden. In der Praxis steht dies jedoch im Widerspruch zu den Anforderungen an die Kabel im Kryostaten. Dort sind lange Kabel günstiger, um den Wärmeeintrag zu minimieren und eine Filterwirkung über die Kabeldämpfung zu erreichen.

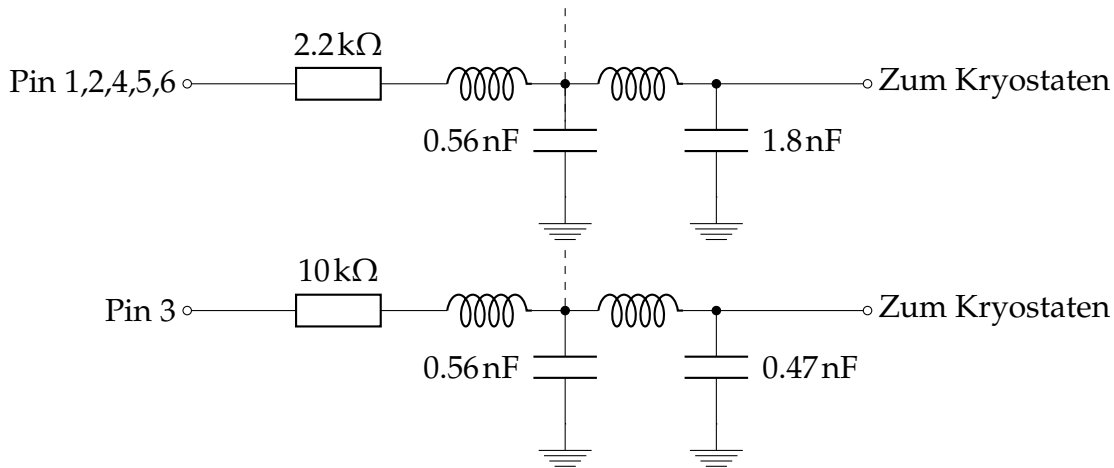


Abbildung 4.4: Aufbau der Raumtemperatur Tiefpassfilter für die SD-Zuleitungen. Die Grenzfrequenz für die Anschlusspins 1,2,4,5 und 6 ist $f_G = 30\text{kHz}$. Pin 3 wurde für den Anschluss an den Strom-Spannung-Wandler modifiziert, die Grenzfrequenz beträgt hier $f_G = 15\text{kHz}$.

Kapazität ist, ein oszillierendes Signal am Eingang des Verstärkers und führt so zu erhöhtem Rauschen im Messaufbau. Um dieses Eigenrauschen zu vermeiden, sollte die Kapazität am Eingang also möglichst klein sein ($C < 1\text{ nF}$). Das Eigenrauschen des Verstärkers verschiebt sich zu umso höheren Frequenzen, je kleiner die Eingangskapazität ist. Um die Amplitude des Eigenrauschens zu verringern kann man einen zusätzlichen Widerstand zwischen den Verstärkereingang und die Kapazität schalten. Das verwendete Filter ist in Abbildung 4.4 schematisch gezeigt. Der Tiefpass ist hier als RC-Glied mit einem Durchführungskondensator ($C=0.56\text{ nF}$) und einem nachgeschalteten Kondensator ausgeführt. Zusätzlich sorgen aufgesteckte Ferritperlen für eine Induktivität, die hochfrequente Signale nach dem Prinzip des Mantelstromfilters effektiv dämpft. Der Durchführungskondensator ist hier, genau wie bei den Raumtemperatur Gatter-Filtern, in ein Abschirmblech eingebaut, das die beiden Filterstufen voneinander trennt (siehe auch Abbildung 4.2c).

Die SD-Kabel werden an der Mischkammer bei $T \simeq 20\text{ mK}$ erneut gefiltert. Diese Filter sind hauptsächlich dafür konzipiert eine möglichst niedrige Temperatur des 2DES zu erreichen. Abbildung 4.5 zeigt den schematischen Aufbau dieser Tiefpassfilter. Der Serienwiderstand beträgt $R = 1\text{ k}\Omega$, die Kapazität $C = 0.5\text{ nF}$ und somit liegt die resultierende Grenzfrequenz bei $f_G = 318\text{ kHz}$, und damit weit über der Bandbreite des verwendeten Verstärkers.³ Bei der Auswahl der

³Obwohl eine niedrigere Grenzfrequenz wünschenswert wäre, müsste dafür entweder der Widerstand oder die Kapazität erhöht werden. Wie bereits diskutiert ist dies jedoch nur eingeschränkt möglich.

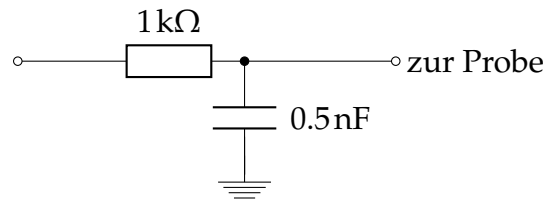


Abbildung 4.5: Aufbau der Tieftemperatur SD-Filter. Die Grenzfrequenz beträgt $f_G = 318\text{kHz}$.

Widerstände und Kondensatoren muss darauf geachtet werden, dass diese Tieftemperatur tauglich sind und sich ihre Widerstands- und Kapazitätswerte beim Abkühlen nicht zu stark ändern. Bei den hier verwendeten Widerständen handelt es sich um Dünnschicht Metallfilmwiderstände auf einem Keramik Substrat von der Firma *VISHAY* (Typ TNPW 08051K00 BXTY). Die Kondensatoren stammen von *ATC* (*American technical ceramics*) und sind Porcellan/Keramik Vielschicht-Kondensatoren (Typ 700A511JT 150 X). Diese Bauteile änderten in Tests bei tiefen Temperaturen ihre Werte um weniger als 10%.

Der Aufbau aus diskreten SMD-Bauteilen ermöglicht zwar eine niedrige Grenzfrequenz, hat jedoch den Nachteil, dass bei $f > 5\text{GHz}$ die Dämpfung, aufgrund von direktem Übersprechen und parasitären Kapazitäten der Widerstände, erheblich nachlässt. Um dies zu umgehen, ist die Kombination mit speziellen geschlossenen Filtern (zum Beispiel Kupferpulver-Filter) oder dämpfendem Kabelmaterial notwendig [106, 109, 110]. Hier wurde dazu ein hochohmiges Koaxialkabel aus Edelstahl, mit einer Länge von einem Meter und einem Widerstand von $R = 300\Omega$, verwendet, das thermisch an die Mischkammer angekoppelt ist.

4.4 Hochfrequenzverkabelung

Die Hochfrequenz (HF) Kabel stellen eine besondere Herausforderung dar, da einerseits die Bandbreite möglichst groß sein soll, um kurze Pulse zu übertragen, andererseits jedoch der Wärmeeintrag durch die Kabel, der sowohl durch DC-Wärmeleitung als auch durch HF-Signale erfolgen kann, gering sein muss. Außerdem ist es für die durchgeführten Experimente notwendig zusätzlich zu den hochfrequenten Signalen eine DC-Spannung anzulegen. Man braucht deshalb so genannte *bias tees* (näher erläutert in Abschnitt 4.4.5), um DC-Spannungen und HF-Signale zu kombinieren.

Der Außenleiter der HF-Kabel kann relativ einfach gekühlt werden und durch die Wahl eines geeigneten Kabelmaterials wie zum Beispiel Edelstahl oder supraleitende Metalle kann der DC-Wärmeeintrag gering gehalten werden. Der Innenleiter der HF-Kabel ist jedoch durch das Dielektrikum elektrisch und damit bei tiefen Temperaturen auch thermisch abgeschirmt und muss daher separat ge-

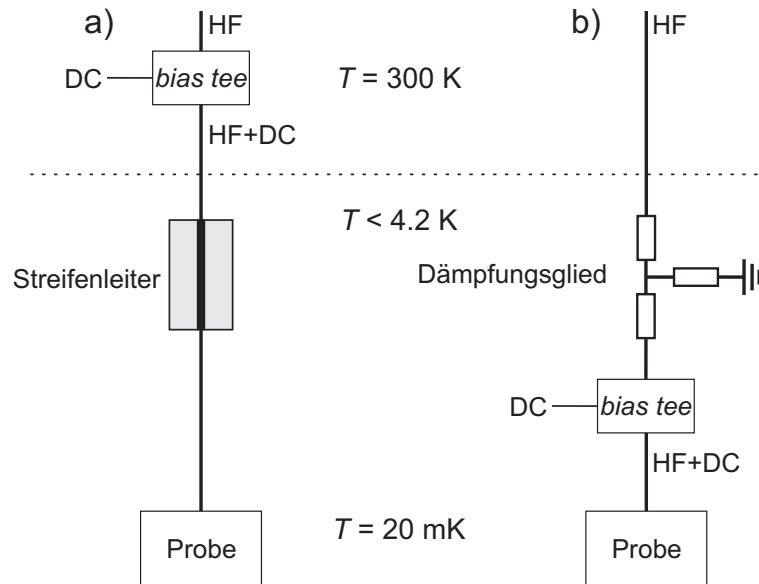


Abbildung 4.6: Schematische Skizze der verschiedenen Konzepte zur thermischen Ankopplung der Innenleiter der HF-Kabel. a) Kühlung über Streifenleiter. b) Kühlung mit Hilfe von Dämpfungsgliedern.

kühlt werden, ohne die Hochfrequenzeigenschaften negativ zu beeinflussen. Im Laufe dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Ansätze (sowie eine Kombination daraus) verfolgt um dies zu erreichen. Die beiden möglichen Konzepte sind in Abbildung 4.6 skizziert.

1. Die Innenleiter der Koaxialkabel werden über Streifenleiter gekühlt, die in Abschnitt 4.4.2 genauer erläutert werden. Die Kühlung über Streifenleiter reduziert nur den DC-Wärmeeintrag. *Bias tees* werden bei Raumtemperatur eingesetzt. Siehe Abbildung 4.6 a).
2. Die Innenleiter der Koaxialkabel werden über Dämpfungsglieder gekühlt, die in Abschnitt 4.4.3 genauer erläutert werden. Damit werden sowohl der DC-Wärmeeintrag, also auch HF-Signale reduziert. Hier müssen die *bias tees* nach den Dämpfungsgliedern platziert werden, da eine angelegte DC-Spannung teilweise an den als Spannungsteilern funktionierenden Dämpfungsgliedern abfällt. Siehe Abbildung 4.6 b).

Beide Ansätze haben Vor- und Nachteile. Kühlt man über Streifenleiter (siehe auch Kapitel 4.4.2), so erreicht man eine sehr niedrige Gesamtdämpfung der Verkabelung, womit auch eine Detektion von hochfrequenten Signalen, die von der Probe kommen, möglich ist. Außerdem können hochwertige kommerzielle *bias tees* eingesetzt werden. Der Nachteil von Streifenleitern ist, dass aufgrund der großen Bandbreite und der geringen Dämpfung auch hochfrequentes Rauschen gut über die Kabel übertragen wird. Insbesondere thermisch induziertes Rau-

Temperatur (K)	Rauschleistung (W)	
	nach Gleichung 4.1	nach Gleichung 4.2
300	1.034×10^{-10}	1.035×10^{-10}
4.2	1.35×10^{-12}	1.45×10^{-12}
1.6	4.57×10^{-13}	5.52×10^{-13}
0.02	1.89×10^{-16}	6.90×10^{-15}

Tabelle 4.3: Rauschleistung eines HF-Kabels bei einer angenommenen Bandbreite von 25 GHz bei verschiedenen Temperaturen. Zum Vergleich sind die Werte für die Berechnung nach Gleichung 4.1 und 4.2 angegeben.

schen wird ungedämpft zur Probe übertragen.

Der Nachteil beim Kühlen über Dämpfungsglieder ist, dass einige Dämpfungsglieder und *bias tees* nicht für tiefe Temperaturen geeignet sind, da sie entweder supraleitend werden oder durch den thermischen Stress kaputt gehen können. Aufgrund der relativ großen Bauform sind einige *bias tees* auch nur bedingt in den Kryostaten einbaubar. Die Eigenschaften von verschiedenen *bias tees* werden in Kapitel 4.4.5 noch diskutiert.

4.4.1 Thermisch induziertes Rauschen

Auch thermisch induzierte hochfrequente Störsignale werden bei HF-Kabeln zum Problem. Die abgestrahlte Leistung P eines HF-Kabels kann mit Hilfe der Planckschen Strahlungsformel für eindimensionale Schwarzkörperstrahler beschrieben werden.

$$P(f) = \int hf \frac{1}{e^{hf/k_B T} - 1} df \quad (4.1)$$

Dabei ist f die Frequenz, h das Plancksche Wirkungsquantum, k_B die Boltzmannkonstante und T die Temperatur in Kelvin. Im Limes hoher Temperaturen und niedriger Frequenzen geht die Formel über in die Nyquist-Formel

$$P(f) = k_B T \Delta f, \quad (4.2)$$

wobei hier Δf die Bandbreite des verwendeten Kabels ist, also der Frequenzbereich für den das Kabel durchlässig ist. Da die Bandbreite der verwendeten Kabel bei etwa $\Delta f \simeq 25$ GHz liegt, ergeben sich aus Gleichung 4.1 für verschiedene Temperaturen die in Tabelle 4.3 gezeigten Rauschleistungen. In Abbildung 4.7a) ist die Strahlungsleistung gegen die Temperatur, wie sie sich nach Gleichung 4.1 für $\Delta f = 25$ GHz und $\Delta f = 1$ GHz ergibt, in doppelt logarithmischer Darstellung aufgetragen. In Abbildung 4.7b) ist zum Vergleich die spektrale Leistungsdichte $P_S(f) = hf \frac{1}{e^{hf/k_B T} - 1}$ als Funktion der Frequenz für verschiedene Temperaturen aufgetragen.

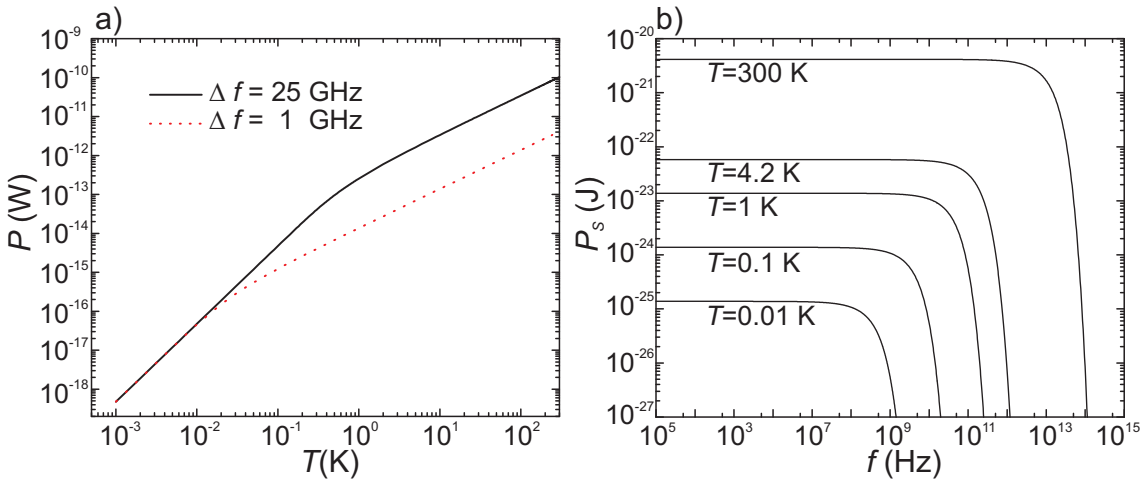


Abbildung 4.7: a) Strahlungsleistung P nach Gleichung 4.1, für eine angenommene Bandbreite von $\Delta f = 25$ GHz (schwarze durchgezogene Linie) und $\Delta f = 1$ GHz (rote gepunktete Linie), in doppelt logarithmischer Darstellung, als Funktion der Temperatur T . Wesentliche Abweichungen vom linearen Verhalten, das man gemäß Gleichung 4.2 erwarten würde, ergeben sich für $T < 1$ K. b) Spektrale Leistungsdichte P_s als Funktion der Frequenz f für verschiedene Temperaturen.

Die Rauschleistungen von Leitungen mit geringerer Bandbreite sind im Vergleich zu HF-Kabeln sehr klein, wie ein Beispiel mit den in Kapitel 4.3.2 bereits besprochenen SD-Leitungen zeigt. Nach Gleichung 4.1 errechnet sich bei $T = 300$ K und $\Delta f = 1$ GHz eine Rauschleistung von $P \approx 4 \times 10^{-12}$ W, die um die Eigendämpfung der Kabel von -41 dB bei $f = 1$ GHz reduziert, eine Leistung von $P \simeq 3 \times 10^{-16}$ W ergibt. Da diese Zuleitungen bei tiefen Temperaturen noch mit einem Tiefpass mit einer Grenzfrequenz von $f_G = 318$ kHz gefiltert werden, ergibt sich $P \simeq 1.6 \times 10^{-19}$ W⁴. Diesen Wärmeeintrag durch thermisches Rauschen kann man vernachlässigen, während die in Tabelle 4.3 errechneten Werte für die HF-Kabel bei 300 K mit $P = 1.034 \times 10^{-10}$ W neun Größenordnungen darüber liegt!⁵ Wird diese Leistung ungedämpft auf die Probe übertragen, ergeben sich erhebliche Störungen, die in Kapitel noch 5.1.6 diskutiert werden.

⁴Dies ist eher eine Abschätzung als eine exakte Rechnung. Insbesondere nimmt die Filterwirkung eines diskret aufgebauten RC-Tiefpasses bei $f > 5$ GHz erheblich ab [106].

⁵Dieser direkte Vergleich ist nur bedingt richtig, da (HF-)Gatterzuleitungen schlechter an das 2DES koppeln als SD-Zuleitung. Gatter koppeln nur indirekt über den Feldeffekt ans 2DES, während SD-Leitungen direkt galvanisch über die ohmschen Kontakte verbunden sind.

4.4.2 Streifenleiter zur thermischen Ankopplung

Um die Innenleiter der HF-Kabel thermisch anzukoppeln, wurde zunächst der bereits eingeschlagene Weg weiterverfolgt über Streifenleiter zu kühlen. Die Qualität der Streifenleiter konnte dabei entscheidend gegenüber den Vorgängermodellen, die Daniel Schröder angefertigt hatte [9], verbessert werden. Die Grundlage bilden Saphir-Plättchen auf die Gold-Streifenleiter aufgebracht werden, deren Impedanz auf $Z = 50\Omega$ angepasst wird (die übliche Impedanz der meisten HF-Bauteile, die auch der verwendete Pulsgenerator und die HF-Kabel besitzen) um Reflexionen zu vermeiden. Saphir ist elektrisch isolierend, hat (auch bei tiefen Temperaturen) hervorragende dielektrische Eigenschaften (niedrige dielektrische Verluste; $\tan\delta < 10^{-4}$) während die Wärmeleitfähigkeit selbst bei tiefen Temperaturen relativ hoch ist. Zur Berechnung der Impedanz eines Streifenleiters gibt es Modelle, die sich für verschiedene Verhältnisse der Streifenleiter Breite W zur Dicke des Dielektrikums H zu Näherungsformeln vereinfachen lassen [111]. Für $0.05 \leq W/H \leq 1$ und $\epsilon_r \leq 16$ gilt

$$Z \simeq \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}}} \ln \left(8 \frac{H}{W} + 0.25 \frac{W}{H} \right). \quad (4.3)$$

Die effektive Permittivitätszahl ϵ_{reff} errechnet sich aus der Permittivitätszahl ϵ_r (auch Dielektrizitätskonstante genannt) gemäß

$$\epsilon_{\text{reff}} \simeq \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + 12 \frac{H}{W} \right)^{-0.5} + 0.04 \left(1 - \frac{W}{H} \right)^2 \right]. \quad (4.4)$$

Für eine Impedanz von $Z = 50\Omega$ ergibt sich bei einer Dicke der Saphir-Plättchen von $D = 0.5\text{mm}$ und $\epsilon_r = 11.5$ (parallel zur optischen Achse) nach Gleichung 4.3 und 4.4 eine Streifenbreite von $W = 0.4\text{mm}$. Genauere Berechnungen, die frequenzabhängige Dämpfung durch dielektrische Verluste und Leitungsverluste durch den Skin-Effekt berücksichtigen, sind mit Hilfe einfacher Berechnungsprogramme wie *AppCAD* (Agilent) oder *Microwave Impedance Calculator* (Rogers) möglich [112, 113].

Abbildung 4.8 zeigt eine fertige thermische Ankopplung. Das Gehäuse besteht aus vergoldetem Kupfer und wird fest mit der jeweiligen Kühlstufe des Kryostaten verschraubt. Das Saphir-Plättchen wird für einen guten Wärmekontakt auf der Rückseite mit einer dünnen Schicht Tieftemperatur-Vakuumfett (*Apiezon N-Grease*) versehen und in das Gehäuse gedrückt. Die Innenleiter sind mit einer Indium Lötpaste (*Indium Corporation*, Indalloy No2: 80In 15Pb 5Ag) auf den Streifenleiter gelötet. Der Streifenleiter wurde dafür galvanisch auf eine Schichtdicke von $8\mu\text{m}$ verstärkt (siehe auch Kapitel 3.4.1). Die genauen Prozessparameter sind im Anhang A.3 dokumentiert. Durch diese Konstruktion konnten folgende Eigenschaften der thermischen Ankopplungen gegenüber den Vorgängermodellen,

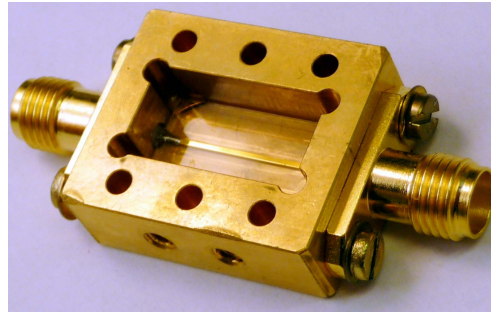


Abbildung 4.8: Thermische Ankopplung des Innenleiters eines HF-Kabels. Der Innenleiter des Steckers ist mit Indiumlot auf den Streifenleiter gelötet.

die mit Silber-Epoxid geklebt wurden, entscheidend verbessert werden: Beim Abkühlen entstehende Verspannungen können durch das relativ weiche Indiumlot und die schwimmende Lagerung der Saphir-Plättchen ausgeglichen werden, wodurch ein Aufbrechen der Verbindung zum Innenleiter der Stecker verhindert werden konnte. Außerdem sind die ohmschen Verluste in den Lötstellen wesentlich geringer als in den Klebestellen, die einen Widerstand in der Größenordnung von $R \simeq 2\Omega$ aufweisen. Auch die Geometrie der Lötstellen ist wesentlich günstiger als bei geklebten Verbindungen, da das Lot beim Aufschmelzen nur metallisierte Bereiche benetzt und sich so auf die Breite der Streifenleiter zusammenzieht. Die Breite von Klebestellen ist meist nicht so präzise kontrollierbar und stellt für den Streifenleiter eine Impedanzfehlانpassung dar.

In Abbildung 4.9 ist die Transmission durch je eine thermische Ankopplung mit gelöteten (schwarz, gestrichelt) und geklebten (rot) Verbindungen zum Innenleiter gezeigt. Die Leistungsverluste liegen bei der neueren Version mit gelöteten Verbindungen bei etwa -0.3 dB und sind somit sehr gering. Zum Vergleich sind die Transmissionsverluste für die alte Version mit geklebten Verbindungen gezeigt, die mit bis zu -15 dB viel höher sind.

Im Kryostaten sind vier parallel verlaufende Hochfrequenzleitungen eingebaut, die alle eine Impedanz von $Z = 50\Omega$ haben. Abbildung 4.10 zeigt einen Überblick über die Hochfrequenz-Verkabelung. Der Durchmesser der Kabel ist hier unter anderem in *mil* angegeben, wobei ein *mil* ein Tausendstel Zoll ist. UT85 steht dem entsprechend für einen Durchmesser von $d = 2.16\text{ mm}$. Bei den supraleitenden Kabeln ist zusätzlich die Typenbezeichnung des Herstellers angegeben, SC-219/50 steht zum Beispiel für ein Kabel mit $d = 2.19\text{ mm}$ und $Z = 50\Omega$.

Zwischen $4.2\text{ K} \leq T \leq 300\text{ K}$ sind Kabel mit silberbeschichtetem Edelstahlinnenleiter und Edelstahlaußenleiter eingebaut. Der Außenleiter wird hier über das Helium-Bad auf $T = 4.2\text{ K}$ gekühlt, der Innenleiter ist über die Phononen des Dielektrikums bei diesen relativ hohen Temperaturen noch ausreichen thermisch angekoppelt. Im Bereich $20\text{ mK} \leq T \leq 4.2\text{ K}$ werden supraleitende Kabel aus Niobinnenleiter und Niobaußenleiter verwendet (Coax Co., Ltd, Japan). Diese Kabel haben im supraleitenden Zustand eine sehr geringe thermische Leitfähigkeit

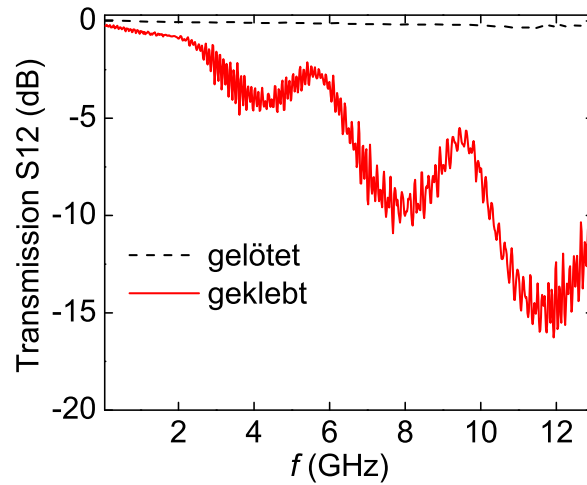


Abbildung 4.9: Transmission S12, das ist das Verhältnis von abgehender zu ankommender Leistung, in dB durch je eine thermische Ankopplung mit gelöteten Verbindungen (in schwarz gestrichelt dargestellt) und geklebten Verbindungen (in rot dargestellt) zum Innenleiter des Steckers.

und eine äußerst geringe Dämpfung. Die Niobkabel sind über die beschriebenen Saphir-Streifenleiter an drei Kühlstufen am Kryostaten thermisch angekoppelt, nämlich am 1K-Topf ($T = 1.6\text{K}$), an der *Still* ($T = 700\text{mK}$) und an der Mischkammer ($T \simeq 20\text{mK}$). Zwischen Mischkammer und Probe sind Koaxialkabel mit Kupferaußenleiter und goldbeschichtetem Kupferinnenleiter verbaut. Diese Kabel weisen eine hohe thermische Leitfähigkeit auf, und sorgen für eine zusätzliche Kühlung der angeschlossenen Probe. Die erreichte Basistemperatur des Kryostaten beträgt mit eingebauten HF-Kabeln $T \simeq 16\text{mK}$.⁶

Im Rahmen des Einbaus von Dämpfungsgliedern in den Kryostaten wurden auch die Kabel zwischen *Still* und Mischkammer ausgetauscht und durch supraleitende Niob-Titan-Kabel ersetzt. Diese weisen eine noch geringere Wärmeleitfähigkeit auf als Niobkabel.

4.4.3 Dämpfungsglieder

Wie in den Kapiteln 5.1.6 und 5.3 noch erläutert wird ist das Rauschen, das über die HF-Kabel eingetragen wird, deutlich in den durchgeführten Messung zu er-

⁶Obwohl der Wärmeeintrag über thermische Strahlung (siehe Kapitel 4.4.1) nicht zu einer signifikanten Erhöhung der Basistemperatur beiträgt, können die thermisch emittierten Photonen messbare Störungen in der Probe verursachen und die Temperatur des Elektronensystems erhöhen.

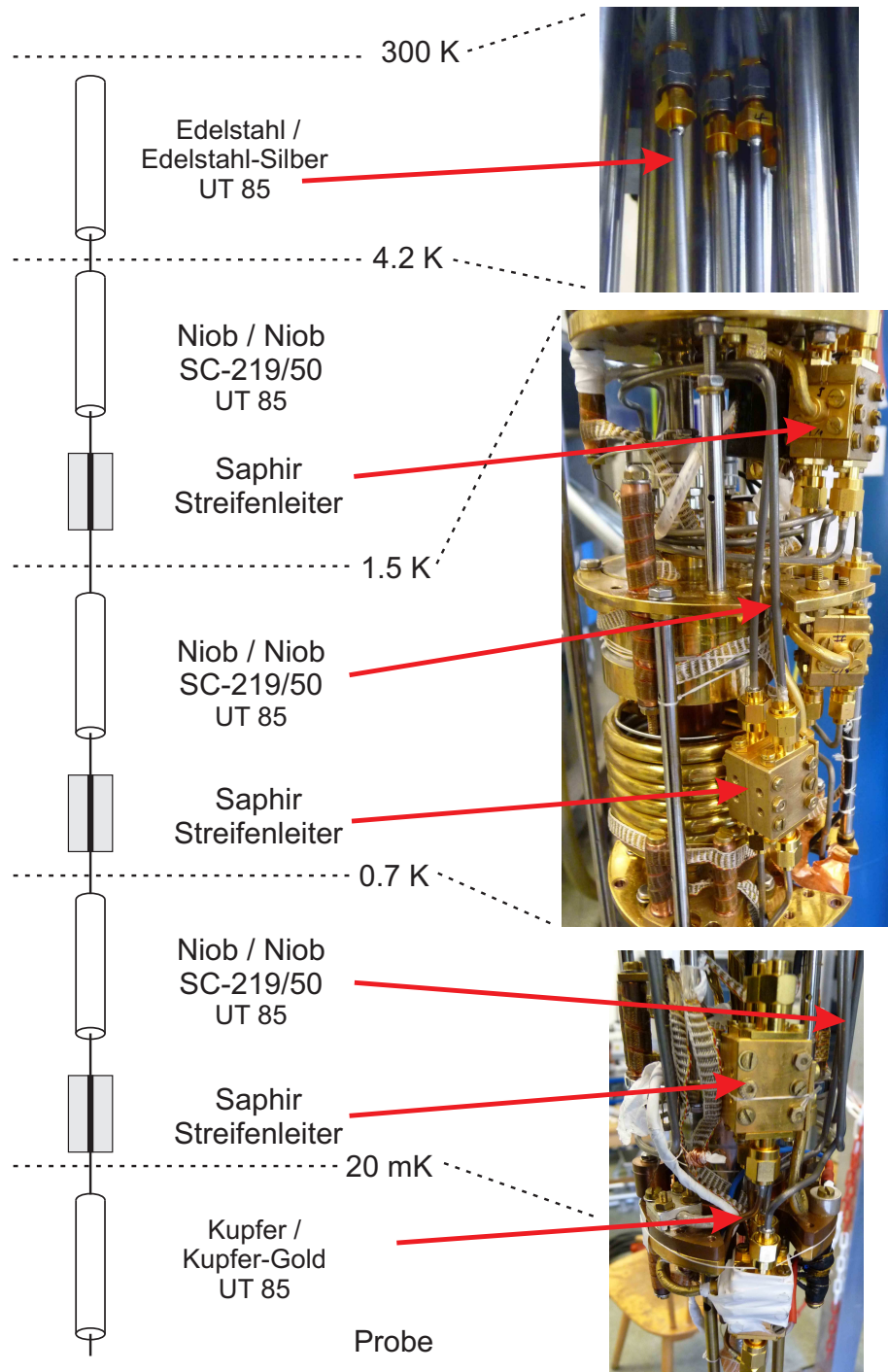


Abbildung 4.10: Auf der linken Seite ist eine schematische Darstellung der Hochfrequenzverkabelung gezeigt, auf der rechten Seite die reale Anordnung im Kryostaten. Insgesamt sind vier HF-Leitungen eingebaut.

kennen. Um die eingekoppelten Störungen zu minimieren und auch die thermische Rauschleistung zu unterdrücken (siehe Kapitel 4.4.1) wurden im Laufe der Doktorarbeit zusätzlich Dämpfungsglieder in den Kryostaten eingebaut. Dies hat den weiteren Vorteil, dass eventuell auftretende Reflexionen an Steckern oder den thermischen Ankopplungen gedämpft werden und mehrfach reflektierte Signale abgeschwächt werden bevor sie die Probe erreichen. Die verwendeten Dämpfungsglieder sind für hohe Frequenzen optimierte Spannungsteiler und führen einen Teil der eingestrahlten Leistung zur Masse ab. Man muss darauf achten, dass die in den Dämpfungsgliedern dissipierte Leistung die Kühlleistung des Kryostaten nicht übersteigt. Für eine optimale Filterung des thermischen Rauschens wäre eine möglichst hohe Dämpfung von $P_{\text{att}} = -60\text{ dB}$ an der Mischkammer ideal, da man damit die Wärmestrahlung, die von $T = 300\text{ K}$ emittiert wird, auf die thermische Strahlungsleistung von $T \simeq 20\text{ mK}$ reduzieren kann (vergleiche Tabelle 4.3). Um hinter dem Dämpfungsglied typische Spannungsamplituden in der Größenordnung von $V_p \simeq 5\text{ mV}$ zu erreichen (dies entspricht einer Leistung des HF-Signals von $P = -45\text{ dBm}$), müsste man jedoch mit $P = 15\text{ dBm}$ anregen, was einer Leistung von $P = 32\text{ mW}$ entspricht. Der Großteil dieser Leistung wird am Dämpfungsglied dissipiert und in Wärme umgewandelt. Die Kühlleistung des verwendeten Kryostaten beträgt jedoch bei $T = 100\text{ mK}$ nur noch $P_{\text{kühl}} = 100\text{ }\mu\text{W}$.

Um den Kryostaten und die Probe nicht übermäßig thermisch zu belasten, muss man also einen Kompromiss schließen und mehrere Dämpfungsglieder auf verschiedene Kühlstufen verteilen. In diesem Fall wurde eine Gesamtdämpfung von $P_{\text{att}} = -33\text{ dB}$ auf drei Stufen verteilt, nämlich $P_{\text{att}} = -20\text{ dB}$ bei $T = 4.2\text{ K}$, $P_{\text{att}} = -10\text{ dB}$ bei $T = 700\text{ mK}$ (*Still*) und $P_{\text{att}} = -3\text{ dB}$ bei $T \simeq 20\text{ mK}$ (Mischkammer).

Bei $T = 4.2\text{ K}$ ist die Kühlleistung sehr groß, daher kann man hier einen Großteil der Leistung dissipieren. Nimmt man die oben durchgeführte Abschätzung der dissipierten Anregungsleistung erneut vor, so benötigt man bei einer Gesamtdämpfung von $P_{\text{att}} = -33\text{ dB}$ eine Anregungsleistung von $P = -12\text{ dBm}$ um die gewünschte Spannungsamplitude an der Probe zu erhalten. An der $T = 4.2\text{ K}$ Stufe wird somit etwa $P = 0.6\text{ mW}$ dissipiert, an der *Still* etwa $P = 0.6\text{ }\mu\text{W}$ und an der Mischkammer $P = 63\text{ nW}$. Die in Kapitel 4.4.1 abgeschätzte thermische Rauschleistung von $P = 0.1\text{ nW}$ die über die Hochfrequenz Kabel bei $T = 300\text{ K}$ abgestrahlt wird, kann über die eingebauten Dämpfungsglieder ($P_{\text{att}} = -33\text{ dB}$) auf $P = 50\text{ fW}$ reduziert werden, was eine erhebliche Verbesserung darstellt. Trotzdem liegt dieser Wert noch erheblich über der thermischen Strahlungsleistung der niederfrequenten Zuleitungen und stellt damit die größte Limitierung für die erreichbare Temperatur des 2DES dar, wenn man annimmt, dass das Elektronensystem über die thermischen Ankopplungen der SD-Leitungen auf die Temperatur der Mischkammer gekühlt wird.

Abbildung 4.11 zeigt einen Überblick über die modifizierte Hochfrequenz Verkabelung. Die Dämpfungsglieder sind von der Firma *Aeroflex Inmet* Typ AH-20, AH-10 und AH-3 und auch bei tiefen Temperaturen einsetzbar. Die Dämpf-

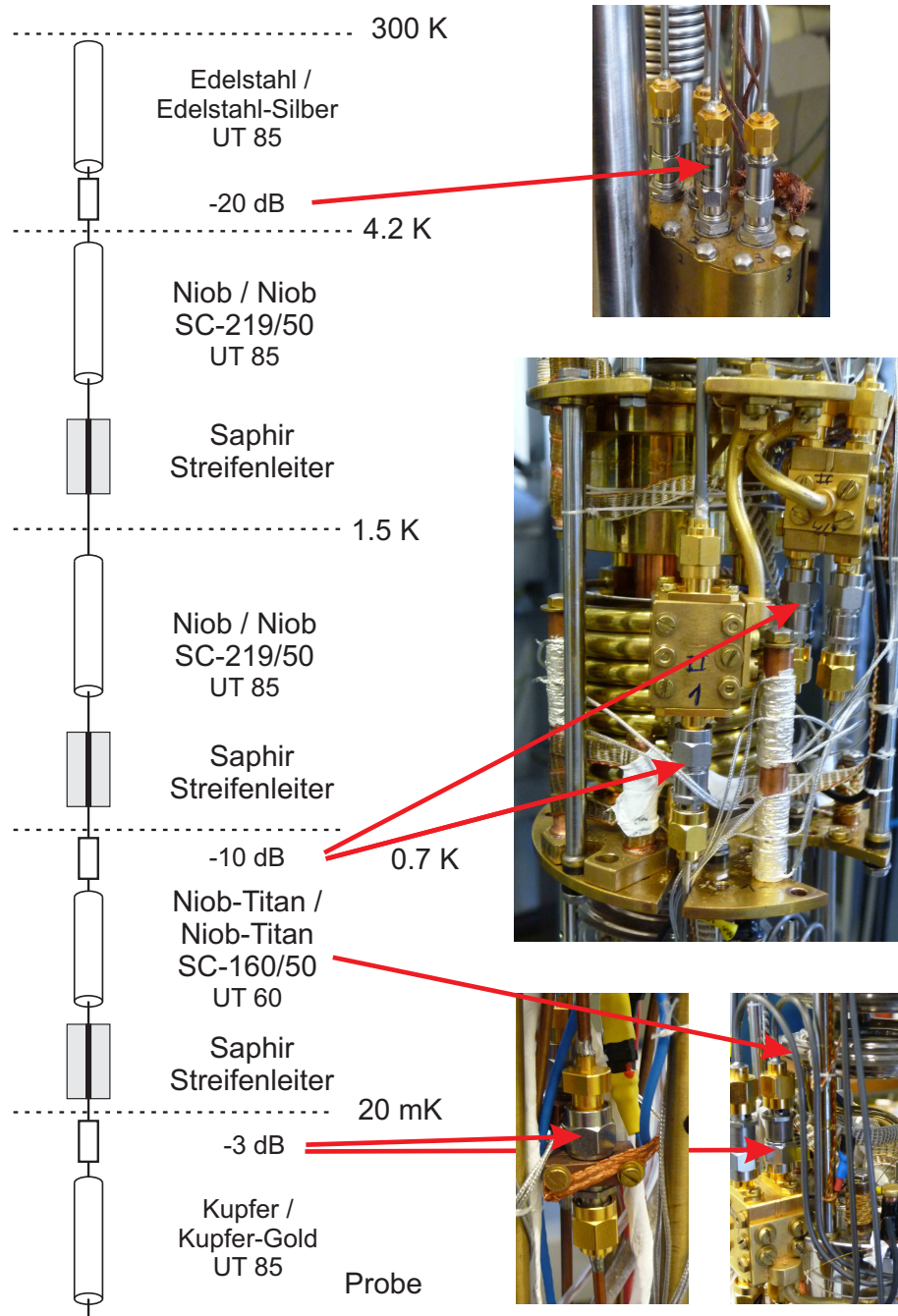


Abbildung 4.11: Übersicht über die Hochfrequenzverkabelung mit eingebauten Dämpfungsgliedern. Aus Platzgründen sind an der Mischkammer zwei Dämpfungsglieder (Kabel 1 und 2) vor dem Streifenleiter montiert, während die Dämpfungsglieder von Kabel 3 und 4 hinter dem Streifenleiter angebracht wurden. Diese Dämpfungsglieder sind über Kupfergeflecht thermisch an der Mischkammer angekoppelt.

fungsglieder sind jeweils fest mit dem Gehäuse der Streifenleiter verschraubt und über diese thermisch angekoppelt. Eine Ausnahme stellen die zwei $P_{\text{att}} = -3 \text{ dB}$ Dämpfungsgliedern in Leitung 3 und 4 dar, die aus Platzgründen hinter dem Streifenleiter angebracht sind und über HF-Kupferkabel und zusätzlich über ein Kupfergeflecht thermisch an der Mischkammer angekoppelt sind (siehe Abbildung 4.11).

4.4.4 Frequenzgang der Hochfrequenzleitungen

Um die Hochfrequenzeigenschaften der gesamten Verkabelung zu testen, wurden zwei verschiedene Messmethoden angewendet. Bei der Verkabelung ohne Dämpfungsglieder (mit der die meisten in Kapitel 5.3 diskutierten Messungen durchgeführt wurden) wurden die Hochfrequenzeigenschaften in Reflexionsmessungen mit Hilfe eines Netzwerkanalysators charakterisiert. Die Messungen wurden an einer auf einem speziellen Hochfrequenz-Probenhalter (siehe Kapitel 4.4.6) montierten Probe durchgeführt. Das Signal wird an einem hochohmigen Gatter auf der Probe reflektiert und am $Z = 50 \Omega$ terminierten Anschluss des Netzwerkanalysators dissipiert. Da die Gatter hochohmige offene Enden darstellen, wird im Idealfall die gesamte Leistung reflektiert und die Reflexion ist gleich der Anregungsleistung.

In Abbildung 4.12a) ist die an der Probe (bei $T \simeq 20 \text{ mK}$) reflektierte Leistung in logarithmischer Skala (in dB) gegen die Anregungsfrequenz f aufgetragen. Die Dämpfung entspricht bis 2.6 GHz dem erwarteten Verlauf für ein HF-Kabel, zeigt bei höheren Frequenzen jedoch verstärkte Oszillationen und eine höhere Dämpfung. Die Messung ist in Abbildung 4.12b) durch eine Fouriertransformation in den Zeitbereich übertragen worden. Die Amplitude des reflektierten Signals ist in einer linearen Skala aufgetragen. Dieses Signal entspricht der so genannten Stoßantwort, das heißt der Reaktion auf einen schmalen Puls mit der in der Messung verwendeten Bandbreite (in diesem Fall $\Delta f = 4 \text{ GHz}$). Jedes der auftretenden Maxima kann der Laufzeit entsprechend einer bestimmten Stelle in der HF-Verkabelung zugeordnet werden, an der ein Teil des Signals reflektiert wird:

- α : Stecker am Ein- und Ausgang des *bias tees*, Agilent Typ 11612A
- β : Durchführung am Kryostaten zum Helium-Bad
- γ : Übergang von flexiblen auf starre Edelstahl HF-Kabel am oberen Ende des Heliumbads
- δ : Durchführung zur inneren Vakuum Kammer
- ϵ : Streifenleiter zur thermischen Ankopplung am 1K-Topf
- ζ : Streifenleiter zur thermischen Ankopplung an der *Still*

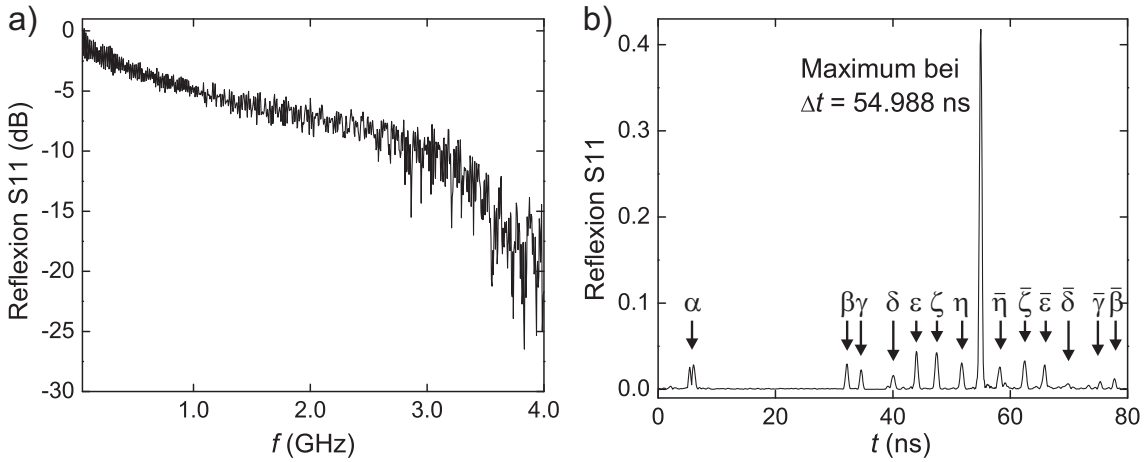


Abbildung 4.12: a) Reflexion S11, das ist das Verhältnis von reflektierter zu ankommender Leistung, in dB an einer Probe (bei $T \simeq 20\text{mK}$) als Funktion der Anregungsfrequenz f . Das verwendete Kabel ist mit HF2 bezeichnet (siehe Haupttext). b) Die Messdaten aus (a), nach einer Fourier-Transformation, im Zeitbereich dargestellt, in einer linearen Skala. An jedem markierten Maximum wird ein Teil des Signals reflektiert. Etwa 40% des Signals werden am Gatter auf der Probe reflektiert. Siehe Haupttext für weitere Details.

- η : Streifenleiter zur thermischen Ankopplung an der Mischkammer

Alle aufgeführten Verbindungen sind mit SMA-Steckern versehen. Das Maximum bei $\Delta t = 54.988\text{ns}$ stammt von der Reflexion an der Probe, die einfache Laufzeit im Kabel ist $\Delta t/2 = 27.494\text{ns}$. Die auftretenden Maxima für $t > 55\text{ns}$ (in Abbildung 4.12 mit einem Überstrich markiert) entsprechen Reflexionen bei denen das Signal *nach* der Reflexion an der Probe zur Probe zurück reflektiert wurde und dort erneut reflektiert wird. Diese Reflexionen (Maxima bei $\eta, \bar{\eta}; \zeta, \bar{\zeta}$ usw.) sind daher symmetrisch um das Hauptmaximum angeordnet. Ein Großteil des Signals wird an der Probe reflektiert, das Verhältnis der Amplituden des Hauptmaximums zum nächstgrößeren (ϵ) beträgt etwa 10:1. Um unerwünschte Vielfachreflexionen, die in Puls-Echos an der Probe resultieren zu vermeiden, ist es hilfreich Dämpfungsglieder zwischen den verwendeten Hochfrequenzkomponenten einzubauen.

Führt man die gleiche Messung an allen vier eingebauten HF-Kabeln (abgekürzt mit HF1 bis HF4) durch, so kann man sehr genau die unterschiedlichen Laufzeiten zur Probe, die aus leicht unterschiedlichen Kabellängen resultieren, bestimmen.

- HF1: $\Delta t/2 = 27.858\text{ns}$
- HF2: $\Delta t/2 = 27.494\text{ns}$

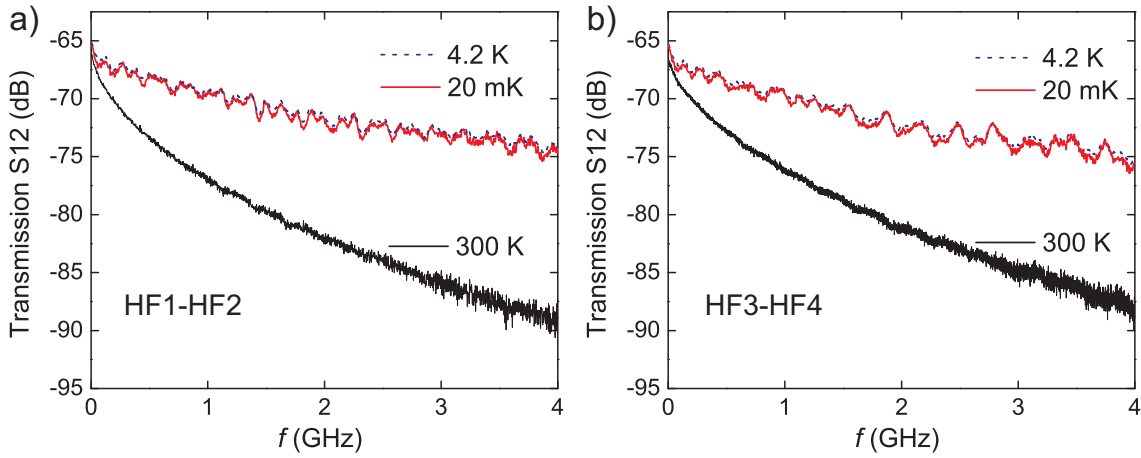


Abbildung 4.13: Transmission durch je zwei miteinander verbundene HF-Kabel bei verschiedenen Temperaturen. Aufgetragen ist der Parameter S12 in dB als Funktion der Anregungsfrequenz. In (a) ist die Messung für die beiden Kabel HF1 und HF2 dargestellt, in (b) für HF3 und HF4.

- HF3: $\Delta t/2 = 27.102 \text{ ns}$
- HF4: $\Delta t/2 = 26.950 \text{ ns}$

Die sich ergebenden Laufzeitunterschiede müssen bei Experimenten, bei denen zwei Gatter synchron gepulst werden sollen, am Pulsgenerator durch eine Verzögerung ausgeglichen werden (siehe Kapitel 5.3).

Bei eingebauten Dämpfungsgliedern mit einer Gesamtdämpfung von $P_{\text{att}} = -33 \text{ dB}$ ist in Reflexion kein Signal messbar, da die Reflexion an einem Dämpfungsglied mit etwa $P_{\text{ref}} = -40 \text{ dB}$ bereits größer ist als das erwartete Signal mit $P = -55 \text{ dB}$. Daher wurden für den Test der Verkabelung mit Dämpfungsgliedern jeweils zwei Kabel verbunden, und die Transmission durch beide Kabel gemessen, wie in Abbildung 4.13 dargestellt. Die Dämpfung nimmt deutlich ab, wenn die Niobkabel bei tiefen Temperaturen supraleitenden werden. Da sich die Dämpfung der beiden verbundenen Kabel in Transmission addiert, kann man davon ausgehen, dass jedes einzelne Kabel die Hälfte der gemessenen Dämpfung beiträgt. Pro Kabel sind $P_{\text{att}} = -33 \text{ dB}$ an Dämpfungsgliedern eingebaut; Um die Dämpfung des Kabelmaterials alleine zu erhalten, müssen also zwei mal $P_{\text{att}} = -33 \text{ dB}$ abgezogen werden. Die Ursache für die bei tiefen Temperaturen auftretenden Oszillationen ist im Moment noch nicht geklärt.⁷

⁷Zum Zeitpunkt des Schreibens dieser Arbeit ist die HF-Verkabelung mit Dämpfungsgliedern nur einmal in Transmission vermessen worden, aber noch keine Probe zusammen mit dieser Verkabelung abgekühlt worden.

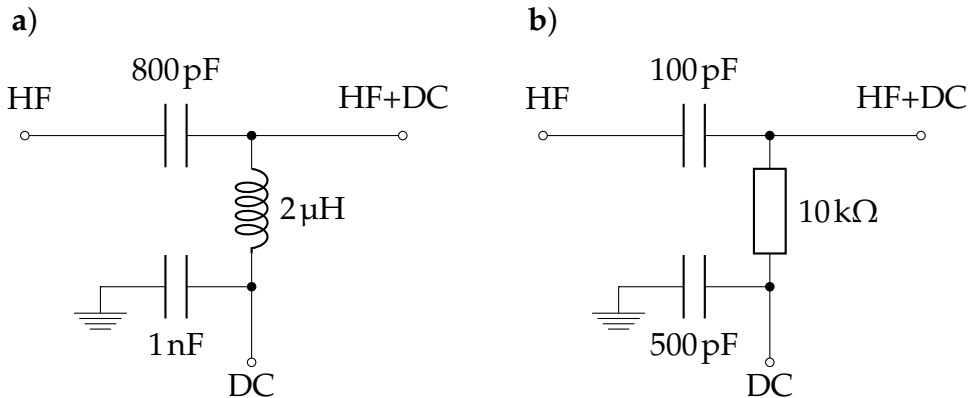


Abbildung 4.14: a) Aufbau eines *bias tees* (Agilent Typ 11612A) mit einem LC-Tiefpass im DC-Pfad. b) Aufbau eines selbst entworfenen *bias tees* mit RC-Tiefpass im DC-Pfad.

4.4.5 Bias tees

Wie am Anfang des Kapitels bereits erwähnt, ist es für die meisten Hochfrequenzexperimente notwendig, eine DC-Spannung mit einer HF-Spannung zu überlagern. Dafür werden üblicherweise so genannte *bias tees* eingesetzt. Diese sollen sowohl für den HF- als auch den DC-Pfad möglichst transparent sein, jedoch eine Einstreuung in den jeweils anderen Pfad verhindern.

Abbildung 4.14a) zeigt die Schaltung der eingesetzten *bias tees* von Agilent Typ 11612A. Die Gleichspannung wird durch einen Abblockkondensator mit $C = 800 \text{ pF}$ aus dem HF-Pfad herausgehalten. Im DC-Pfad wirken eine Induktivität mit $L = 2 \mu\text{H}$ und ein zur Masse geschalteter Kondensator mit $C = 1 \text{ nF}$ als Tiefpass. Diese Anordnung erlaubt einen niederohmigen DC-Pfad, hat jedoch den Nachteil einer LC-Resonanz aufgrund der verwendeten Spule. Die Anordnung aus Kapazität und Induktivität bildet nämlich einen Schwingkreis, der eine Resonanzfrequenz bei $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ aufweist.

In Abbildung 4.14b) ist ein selbst entworfenes *bias tee* gezeigt, bei dem die Induktivität durch einen Widerstand ersetzt wurde. Diese Anordnung eignet sich zwar weniger gut für Messungen, bei denen Strom über den DC-Pfad geschickt werden soll, ist jedoch sehr gut für die Versorgung von hochohmigen Gatteranschlüssen geeignet.

Um die elektrischen Eigenschaften der beiden *bias tees* zu vergleichen, kann man mit dem Programm *LTspice* Simulationen des Schaltkreises durchführen, in den sie später eingebaut werden sollen. Der dazu angenommene Aufbau ist in Abbildung 4.15 gezeigt. An den HF-Eingang ist eine Hochfrequenzquelle, die sowohl Sinussignale als auch Pulse erzeugen kann, angeschlossen. An den DC-Eingang ist eine Gleichspannungsquelle angeschlossen. Der Widerstand der DC-

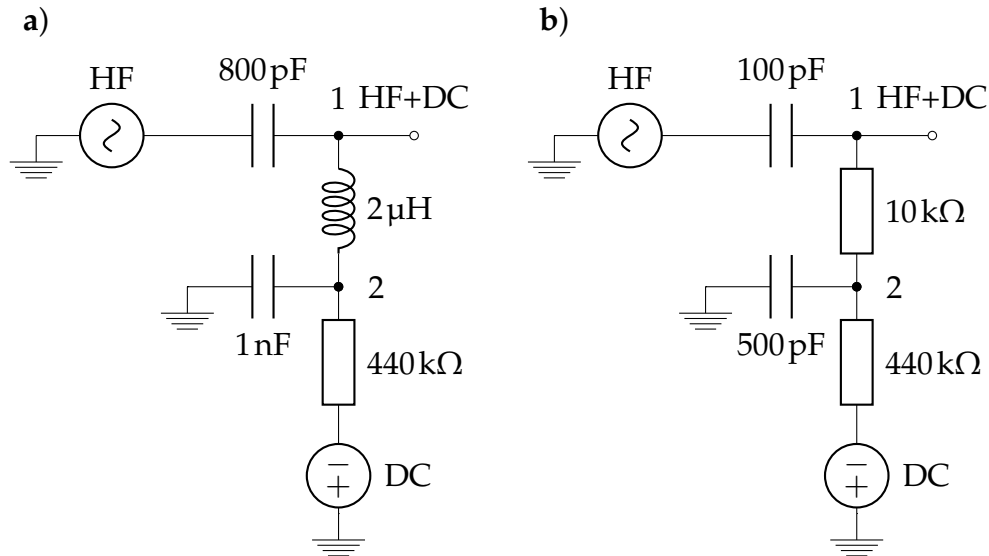


Abbildung 4.15: Schaltkreis zur Berechnung der Eigenschaften der *bias tees* im Mes-saufbau. Der Widerstand der Gatterzuleitung, inclusive Filter, wird mit $R = 440\text{ k}\Omega$ angenommen. a) *Bias tees* (Agilent Typ 11612A) mit LC-Tiefpass im DC-Pfad. b) Selbst entworfenes *bias tees* mit RC-Tiefpass im DC-Pfad.

Zuleitungen beträgt, zusammen mit den verwendeten Gatterfiltern, in der Summe $R = 440\text{ k}\Omega$.

Abbildung 4.16 zeigt die gerechneten frequenzabhängigen Transmissions-eigenschaften der beiden in Abbildung 4.15 gezeigten Schaltungen. Die Transmission vom HF-Eingang zum HF+DC-Ausgang (Knoten 1) des RC-*bias tees* ist mit einer durchgezogenen Linie dargestellt (HF→1), die Transmission von HF zum DC-Ausgang (Knoten 2) gepunktet (HF→2). Das Agilent 11612A *bias tee* mit LC-Anordnung ist für den Pfad HF→1 gestrichelt-gepunktet dargestellt, der Pfad HF→2 gestrichelt. Die LC-Anordnung weist im HF→1 Pfad bei $f = 3.5\text{ MHz}$ eine Resonanz auf, während die RC-Anordnung einen deutlich glatteren Frequenz-gang aufweist. Die aus diesen Frequenzverläufen resultierenden Konsequenzen für eine gepulste Anregung, lassen sich besser im Zeitbereich diskutieren.

Abbildung 4.17 zeigt die mit dem Programm *LTspice* gerechnete Simulation einer gepulsten Anregung, mit Pulsamplitude $V_p = 5\text{ mV}$, Pulslänge $t_p = 5\text{ ns}$, einer Anstiegszeit $t_r = 0.1\text{ ns}$ und Tastverhältnis 50%, dargestellt im Zeitbereich. Am DC Eingang liegt eine Spannung von $U = 1\text{ V}$ an. Die Spannung an Knoten 1, die dem Ausgang (HF+DC) entspricht, ist in schwarz dargestellt, die an Knoten 2, die dem DC Eingang des *bias tees* entspricht, in rot und gestrichelt. Das LC-*bias tee* (Abbil-dung 4.17 a) weist ein deutliches Einschwingverhalten mit der Resonanzfrequenz des LC-Kreises von 3.5 MHz auf, das nach $t \approx 300\text{ ns}$ einen Gleichgewichtszu-stand erreicht. Durch die in der Spule induzierte Spannung liegt der Mittelwert

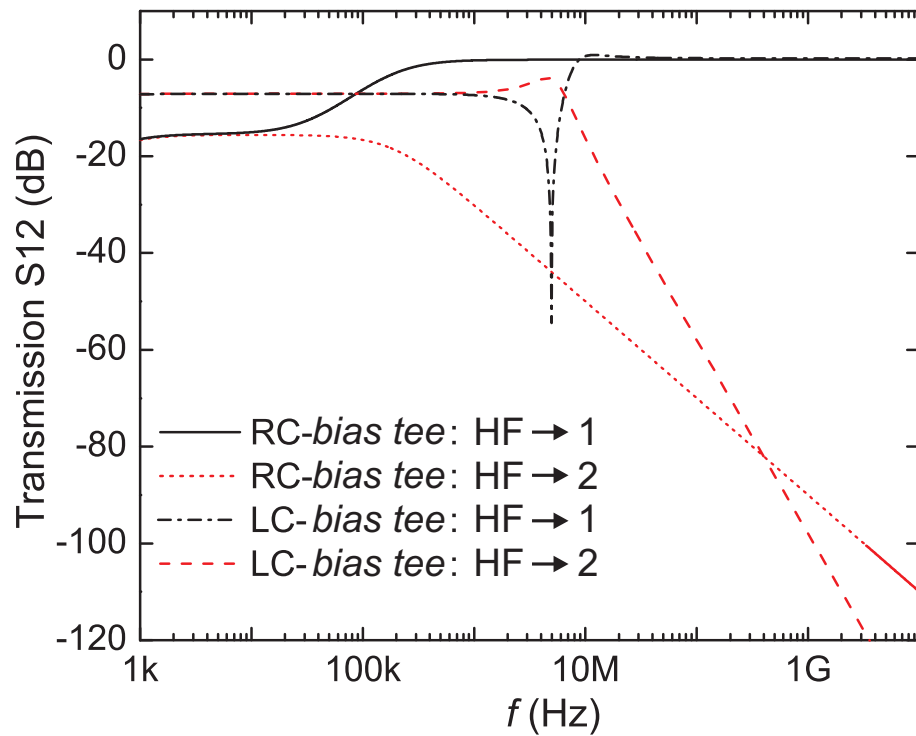


Abbildung 4.16: Transmission der HF-Signale durch die in Abbildung 4.15 a) und b) gezeigten *bias tees* als Funktion der Frequenz in logarithmischer Skala. Es ist jeweils der Pfad vom Hochfrequenteneingang (HF) zum Knoten 1, das entspricht dem Ausgang (HF+DC), sowie der Pfad von HF zum Knoten 2, entspricht dem Gleichspannungs (DC) Eingang, abgebildet.

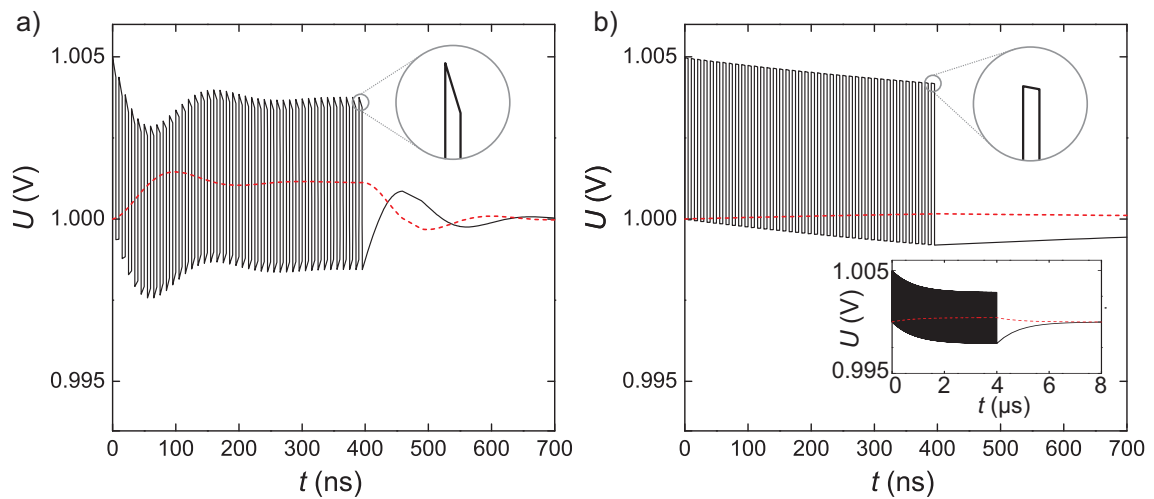


Abbildung 4.17: Berechneter zeitlicher Verlauf der Spannung U an Knoten 1 (schwarz, durchgezogen) sowie Knoten 2 (rot, gestrichelt), definiert nach Abb. 4.15, unter gepulster Anregung. Für die Rechnung wurden folgende Parameter angenommen: $t_p = 5$ ns, $t_r = 0.1$ ns, Tastverhältnis 50%, $V_p = 5$ mV, $V_{DC} = 1$ V. Die gepulste Anregung durchläuft 40 Zyklen, danach wird die HF-Anregung abgeschaltet. Die Vergrößerung verdeutlicht das unterschiedliche Zerfallen der Pulse. In (a) ist das Resultat für das LC-bias tee aus Abbildung 4.15 a), in (b) das Resultat für das RC-bias tee aus Abbildung 4.15 b) gezeigt. Der Einsatz zeigt das gesamte Einschwingverhalten für das RC-bias tee.

der Spannung an Knoten 1 nicht mehr bei $U = 1\text{ V}$, sondern bei $U \simeq 1.001\text{ V}$ (generell ist der Mittelwert der Spannung auch abhängig von Tastverhältnis). Die einzelnen Pulse zerfallen sehr schnell (siehe Vergrößerung in Abbildung 4.17), der Spannungswert während eines Pulses ist also nicht konstant.

In Abbildung 4.17b) ist zum Vergleich das Verhalten des selbst entworfenen *bias tee* mit RC-Anordnung dargestellt. Das Einschwingverhalten ist hier durch das Verhalten des Tiefpasses dominiert und verläuft deutlich träger. Dadurch sind die Pulse stabiler und zerfallen langsamer, was für einzelne kurze Pulse zu einem fast konstanten Spannungswert während des Pulses führt, wie in der Vergrößerung zu sehen ist. Ein Gleichgewichtszustand wird allerdings erst nach $t \simeq 3\text{ }\mu\text{s}$ erreicht, wie im Einsatz in Abbildung 4.17b) zu sehen ist. Der Mittelwert der Spannung an Knoten 1 wird hier, neben dem Tastverhältnis, auch durch das Verhältnis der Widerstände bestimmt.

Insgesamt ist ein RC-*bias tee* für die gepulste Anregung einer Gatterspannung deutlich besser geeignet als ein LC-*bias tee*, wobei die Werte für R und C dem geplanten Experiment angepasst werden können.

4.4.6 Hochfrequenzprobenhalter

Eine besondere Rolle im Hochfrequenzaufbau spielt der Halter, auf dem die Probe im Kryostaten montiert wird. Sind dort die Anschlüsse für die HF-Kabel nicht optimal auf eine Impedanz von $Z = 50\text{ }\Omega$ angepasst, kommt es an diesen Übergängen zu Reflexionen. Die Abmessungen eines typischen Probenhalters sind außerdem in der Größenordnung von einigen Zentimetern und entsprechen damit einer Viertel Wellenlänge für Frequenzen im Gigahertz Bereich. Der Probenhalter kann dadurch als Antenne wirken und Leistung abstrahlen, die auf andere Leitungen übersprechen oder im Kryostaten Hohlraumresonanzen anregen kann. Durch diese Effekte hängen die Eigenschaften jedes Probenhalters von der Frequenz ab. Hochfrequente Pulse setzen sich allerdings aus sehr vielen Frequenzkomponenten zusammen, wie in Kapitel 2.5 bereits diskutiert wurde. Die Folgen von stark frequenzabhängiger Transmission können verzerrte Pulsformen und eine Änderung der Amplitude sein. Eine frequenzabhängige Reflexion beeinflusst unter anderem das Übersprechen in Abhängigkeit von Pulsdauer und Repetitionsfrequenz.

Um eine präzise Übertragung der erzeugten Spannungspulse auf das Potential der Gatter zu erreichen, ist daher ein speziell angepasster Hochfrequenzprobenhalter unerlässlich. Dieser kann als Schaltung in Streifenleiter-Technik auf einem geeigneten Platinenmaterial hergestellt werden. Der HF-Probenhalter sollte folgende Eigenschaften erfüllen:

- Er sollte geeignet für tiefe Temperaturen bis $T < 20\text{ mK}$ sein. Der Proben-

Dielektrizitätskonstante ϵ_r	9.2 ± 0.23
Dielektrischer Verlustfaktor $\tan \delta$	0.0022
Temperaturkoeffizient von ϵ_r	-38 ppm/K
Thermischer Ausdehnungskoeffizient	20 ppm/K
Wärmeleitfähigkeit	0.76 W/m K
Dicke	0.508 mm
Beschichtung	17 μ m Kupfer

Tabelle 4.4: Auszug aus den Spezifikationen des verwendeten TMM10 Substrats der Firma *Rogers* [114].

halter sollte dabei eine hervorragende thermische Ankopplung der Probe ermöglichen.

- Er sollte geeignete Hochfrequenzeigenschaften bis $f > 10$ GHz haben (auch bei tiefen Temperaturen).
- Er sollte Anschlussmöglichkeiten für vier HF-Leitungen sowie 16-20 DC-Leitungen haben.
- Auf dem Probenhalter müssen die *bond*-Drähte zuverlässig halten.
- Die Geometrie des Halters muss mit dem zur Verfügung stehenden Platz im Kryostaten kompatibel sein (Breite < 35 mm).

Das verwendete Platinenmaterial TMM10 der Firma *Rogers* ist ein Verbundstoff aus Keramik und Duroplast, das beidseitig mit einer Kupferbeschichtung versehen ist. Dieses Substratmaterial besitzt sehr gute Hochfrequenzeigenschaften, lässt sich leicht prozessieren und mechanisch verarbeiten, eignet sich für den Einsatz bei tiefen Temperaturen und lässt sich *bonden*. Damit erfüllt es alle benötigten Anforderungen. Tabelle 4.4 fasst die wichtigsten Spezifikationen der Platine zusammen. Um einen auf eine bestimmte Anwendung optimierten Probenhalter zu entwickeln, sind Simulationen der genauen Leiterbahngeometrie hilfreich. Die Breite der Streifenleiter lässt sich, analog zu den thermischen Ankopplungen, nach Gleichung 4.3 und 4.4 berechnen wie in Kapitel 4.4.2 bereits diskutiert. Die Hochfrequenzeigenschaften des Probenhalters, wie Transmission, Reflexion sowie die Stromdichte in den Leiterbahnen, können mit der Software *SONNET* simuliert werden. Die Transmission zwischen zwei benachbarten Leitungen entspricht dem Übersprechen zwischen diesen und sollte möglichst gering sein. Die Reflexion am Ende einer Leitung sollte hingegen hoch sein, das heißt das eingestrahelte Signal sollte im Idealfall komplett reflektiert werden.

Der in Abbildung 4.18 gezeigte Prototyp eines HF-Probenhalters wurde von Bernhard Rimpf im Rahmen einer Werkstudenten Tätigkeit angefertigt [115]. Die gemessene und simulierte Reflexion am Ende einer (nicht mit der Probe verbundenen) Gatterzuleitung eines HF-Probenhalters ist in Abbildung 4.19a) dargestellt

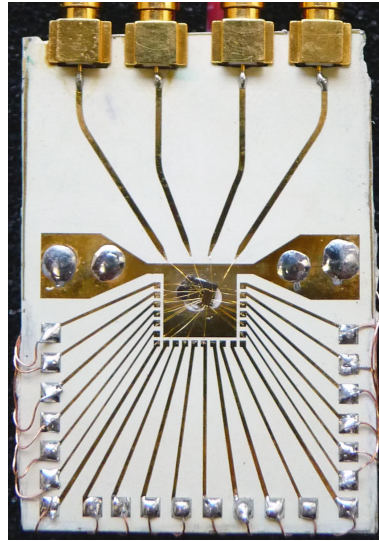


Abbildung 4.18: HF-Probenhalter mit montierter und gebondeter Probe. Von oben führen vier impedanzangepasste Streifenleiter zur Probe, die mit MMCX-Steckern versehen sind. Die Probe ist auf eine Goldfläche, die zur gerdeten Rückseite durchkontaktiert ist, mit Leitsilber aufgeklebt. Von unter führen 22 DC-Leitungen zur Probe.

(Messung als schwarze Linie, Simulation als rote Punkte). Zum Vergleich ist die gleiche Messung an einem nicht HF-optimierten Standardprobenhalter gezeigt (blau gestrichelt). Die Reflexion am HF-Probenhalter ist in der Simulation beinahe perfekt (0dB), die Messung am HF-Probenhalter erreicht nahezu die Werte der Simulation. In der Messung treten allerdings einige Resonanzen auf, die in der Simulation nicht sichtbar sind und deren Ursprung noch nicht endgültig geklärt ist. Möglicherweise ist die Ursache eine leichte Impedanzfehlانpassung an den Steckern. Das Reflexionsverhalten des HF-Probenhalters ist jedoch sehr viel besser als das des Standardprobenhalters. Dieser zeigt eine stark oszillierende Reflexion, die bei einzelnen Frequenzen bis zu $S_{11} = -14\text{dB}$ erreicht. Teile des eingestrahlten Signals werden hier abgestrahlt oder dissipiert, was zum Beispiel in einer stark verzerrten Pulsform resultieren kann.

Die Transmission zwischen zwei benachbarten Leitungen eines HF- und eines Standardprobenhalters ist in Abbildung 4.19b) dargestellt. Für Frequenzen $0 < f < 2\text{GHz}$ liegt die Transmission des HF-Probenhalters (schwarze Linie) unter $S_{12} = -40\text{dB}$ und damit deutlich unterhalb des Wertes für den Standardprobenhalter (blau gestrichelt). Dieser weist gerade bei niedrigen Frequenzen einige Maxima auf, die auf bis zu $S_{12} = -13\text{dB}$ ansteigen. Diese Maxima deuten auf ein starkes Übersprechen zwischen den Leitungen bei den entsprechenden Frequenzen hin. Die in Kapitel 5.3 verwendeten Pulsfolgen enthalten gerade im Frequenzbereich $0 < f < 4\text{GHz}$ die meiste Leistung (siehe Kapitel 2.5), sodass die Hochfrequenzeigenschaften in diesem Bereich besonders wichtig sind. Hier

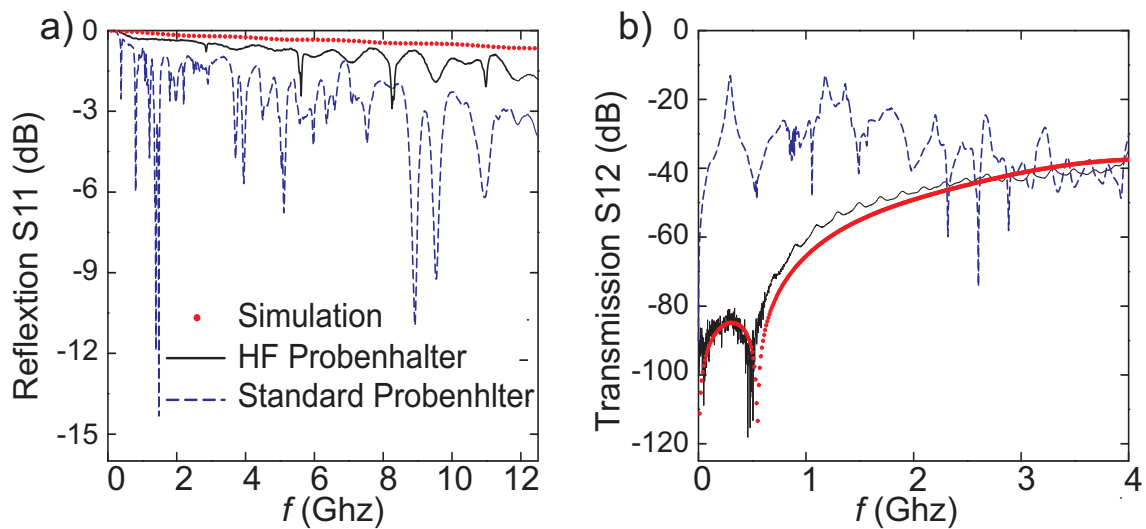


Abbildung 4.19: a) Reflexion am offenen Ende einer HF-Gatterzuleitung. In schwarz ist die Messung an einem HF-Probenhalter dargestellt, die roten Punkte sind mit *SONNET* simuliert. Zum Vergleich ist die gemessene Reflexion für einen Standardprobenhalter als blaue gestrichelte Linie gezeigt. b) Transmission zwischen zwei benachbarten, nicht verbundenen Gatterzuleitungen. Dargestellt ist ebenfalls die Messung für den HF-Probenhalter (schwarz), die Simulation (rote Punkte) sowie die Messung für den Standardprobenhalter (blau gestrichelt).

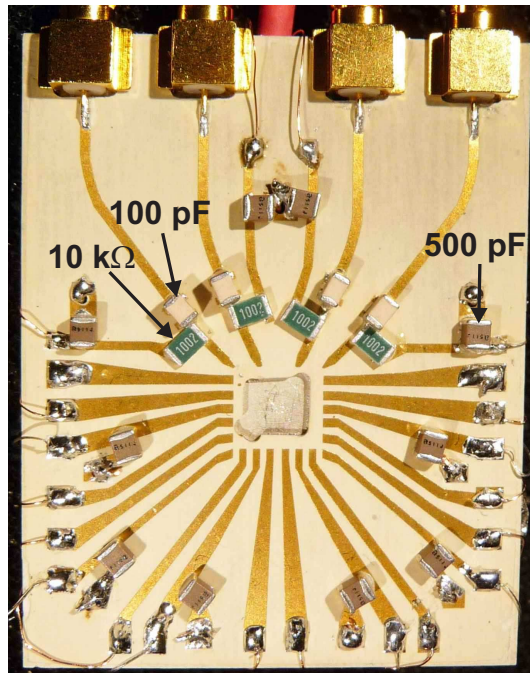


Abbildung 4.20: HF-Probenhalter mit integrierten *bias tees* und Filterkondensatoren. Die *bias tees* bestehen aus einem Kondensator mit $C = 100\text{ pF}$ und einem Widerstand mit $R = 10\text{ k}\Omega$ zur DC-Gatterzuleitung. Diese sind, wie die SD-Leitungen auch, mit einem $C = 500\text{ pF}$ Kondensator gegen Masse abgestützt (vergleiche Abbildung 4.14b). In der Mitte ist eine Aussparung in die Platine geätzt, unter der ein Silberblock zur thermischen Ankopplung der Probe liegt.

ist der HF-Probenhalter dem Standardprobenhalter weit überlegen, wie auch in den in Kapitel 5.3 gezeigten Messungen deutlich wird.

Dieser Prototyp eines HF-Probenhalters kann noch weiter optimiert werden. In einer zweiten Version wurden die in Kapitel 4.4.5 diskutierten RC-*bias tees* direkt auf dem HF-Probenhalter integriert und zusätzlich noch Filterkondensatoren eingebaut. Abbildung 4.20 zeigt einen solchen HF-Probenhalter. Zur Verbesserung der thermischen Ankopplung der Probe wird diese direkt auf einen Silberblock aufgeklebt, der wiederum über einen getemperten Silberstab in gutem thermischen Kontakt mit der Mischkammer ist. Diese Silberfläche definiert gleichzeitig die elektrische Masse. Die Hochfrequenzeigenschaften dieses Probenhalters lassen sich ebenfalls mit *SONNET* simulieren. Die erhaltenen S-Parameter (S_{11} und S_{12} , die für Reflexion und Transmission stehen) kann man auf einem idealisierten Puls anwenden, um die resultierende Pulsform zu berechnen. Abbildung 4.21 zeigt einen berechneten Puls mit Pulsamplitude $V_p = 1\text{ V}$, einer Anstiegszeit von $t_r = 100\text{ ps}$ und einer Pulslänge von $t_p = 500\text{ ps}$, der mit den aus der Simulation gewonnen S-Parametern modifiziert wurde. Für die Rechnung wurde eine Band-

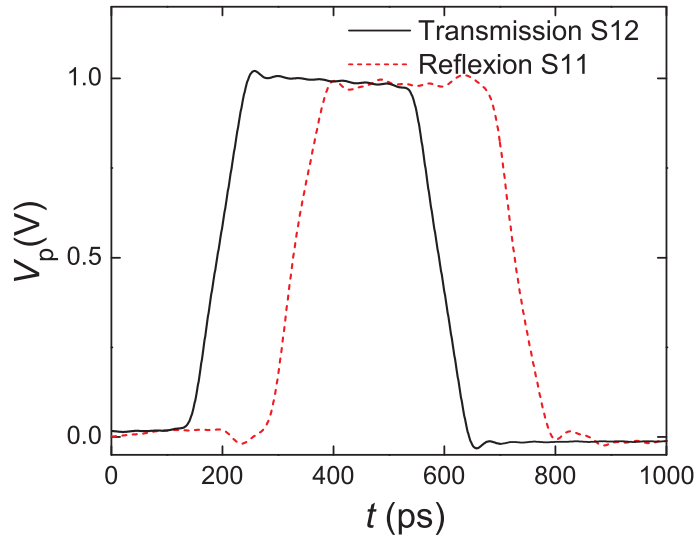


Abbildung 4.21: Gerechneter zeitlicher Verlauf eines Pulses ($V_p = 1\text{ V}$, $t_r = 100\text{ ps}$, $t_p = 500\text{ ps}$) der sich auf dem HF-Probenhalter mit integriertem *bias tee* ausbreitet. Dargestellt ist der durch den Probenhalter transmittierte Puls (S12 in schwarz), bei angenommener $Z = 50\Omega$ Terminierung, sowie die Reflexion (S11 in rot, gestrichelt) an einem hochohmigen Gatter. Der zeitliche Versatz der beiden Signale kommt von der endlichen Laufzeit auf den Streifenleitern des HF-Probenhalters.

breite von $\Delta f = 25\text{ GHz}$ angenommen. Die Pulsform wird durch das *bias tee* kaum verändert, lediglich eine leichte Welligkeit aufgrund der endlichen Bandbreite ist festzustellen.

4.5 Messtechnik

Im Rahmen dieser Arbeit wurden im Wesentlichen drei verschiedene Messtechniken verwendet, nämlich Gleichstrommessungen (DC-Messungen), *Lock-In* Messungen sowie gepulste Messungen. In diesem Abschnitt werden diese Techniken und die jeweils verwendete Versuchsanordnung mit Ersatzschaltbild vorgestellt.

4.5.1 DC-Messung

Bei einer DC-Messung wird der Strom durch eine Nanostruktur auf der Probe gemessen wie zum Beispiel einem Quantenpunkt oder einem QPC. Der für diese Messung verwendete Aufbau ist in Abbildung 4.22 skizziert. Als Spannungsquellen dienen Geräte vom Typ *Yokogawa Model 7651*, *Knick S 252* und *Stanford*

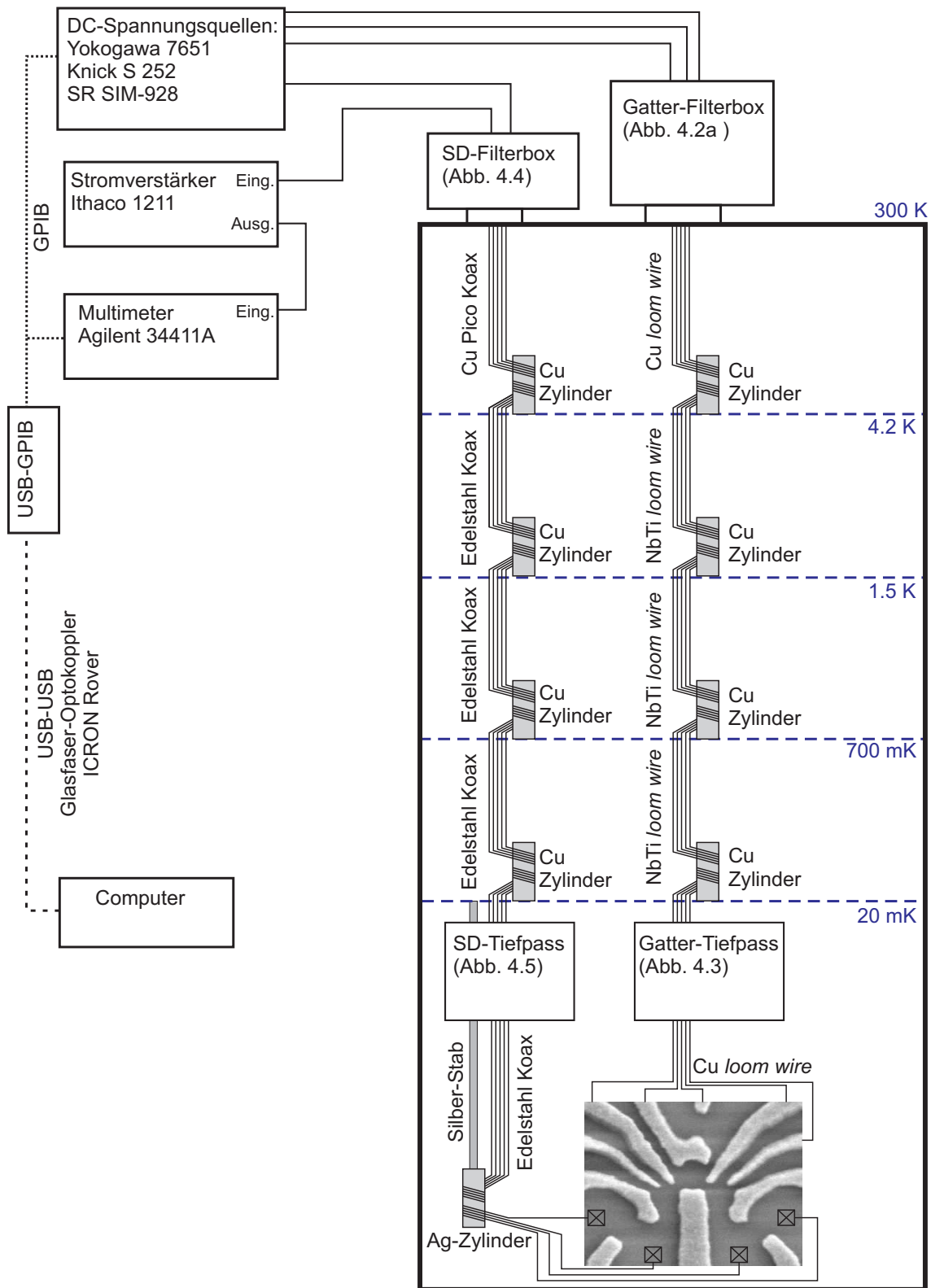


Abbildung 4.22: Schematischer Messaufbau für DC-Messungen. Die Filter sind in den jeweiligen Abbildungen beschrieben.

Research SIM 928. Letztere eignen sich besonders gut für die SD-Spannung, da sie batteriebetrieben sind und daher keine $f = 50\text{ Hz}$ Restwelligkeit aufweisen. Die Zuleitungen werden über die in Kapitel 4.3 beschriebenen Filter bei Raumtemperatur und tiefen Temperaturen gefiltert, wobei die Filter teilweise erst im Laufe dieser Arbeit installiert wurden und daher nicht bei allen Messungen zur Verfügung standen. Der zu messende Strom wird mit einem Strom-Spannung-Wandler von *DL-Instruments (Ithaco)* Model 1211 verstärkt. Die resultierende Spannung am Ausgang des Stromverstärkers wird mit einem digitalen Multimeter vom Typ *Agilent 34411A* gemessen. Die Ansteuerung der Geräte erfolgt vom Computer aus per USB und GPIB, wobei zur galvanischen Trennung ein USB Glasfaser-Optokoppler der Firma *ICRON*, Typ *Rover*, verwendet wurde. Das USB Signal wird mit einem USB-GPIB-HS Adapter der Firma *National-Instruments* von USB nach GPIB konvertiert. Die verwendete Steuersoftware namens *LABMASTER* (die von Quirin Unterreithmeier entwickelt wurde) beruht auf dem Programm *Lab-View*.

Die maximal verfügbare Messbandbreite einer DC-Messung wird durch den verwendeten Stromverstärker, das Multimeter und die Filter limitiert. Bei dem hier verwendeten Aufbau limitiert das Multimeter mit einer Abtastrate von 50000 Werten pro Sekunde die Bandbreite auf $\Delta f = 25\text{ kHz}$. Bei kleinen Signalen ist jedoch die maximal nutzbare Bandbreite durch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis begrenzt, sodass selten die volle Bandbreite ausgenutzt wird. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu optimieren, ist eine Auswertung des gesamten Spektrums der Messbandbreite jedoch sehr hilfreich.

Fast Fourier Transformation

Da die Kommunikation zwischen Steuerrechner und Multimeter relativ langsam ist (20ms pro Befehl) benötigt man für die Auswertung der vollen Bandbreite von $\Delta f = 25\text{ kHz}$ den internen Speicher des Multimeters. Das *Agilent 34411A* kann 1 Millionen Werte speichern, die dann nach erfolgter Messung ausgelesen werden. Um ein Frequenzspektrum zu erhalten, werden die Daten mittels einer *fast fourier transformation* (FFT) vom Zeit- in den Frequenzbereich umgerechnet. Abbildung 4.23 zeigt drei auf diese Art ermittelte Spektren. Bei allen drei Spektren sind die messtechnischen Rahmenbedingungen, außer der Filterung der SD-Leitungen, gleich. Gemessen wurde der Strom, mit dem zeitlichen Mittelwert von $I_{\text{QPC}} = 0.5\text{ nA}$ durch einen QPC bei einer SD-Spannung $V_{\text{SD}} = -1.6\text{ mV}$, einem Verstärkungsfaktor von 10^8 und einer Anstiegszeit des Stromverstärkers von $t_{\text{rise}} = 40\text{ }\mu\text{s}$. Der Leitwert des QPC wurde dabei so gering gehalten, dass der mittlere Strom fast unabhängig vom Widerstand der Filter ist. In Abbildung 4.23a) ist das Spektrum ohne Filter gezeigt. Es weist im gesamten Frequenzbe-

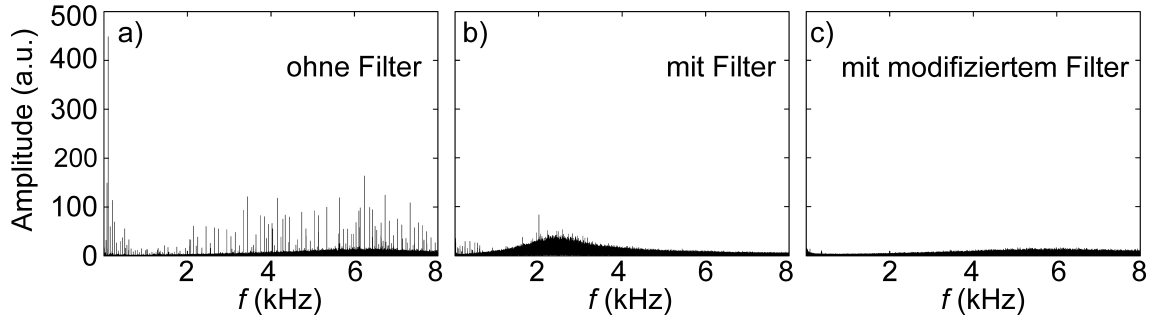


Abbildung 4.23: Rauschspektrum mit einer Bandbreite von $\Delta f = 8 \text{ kHz}$ gemessen an einer Probe bei $T \simeq 20 \text{ mK}$. Aufgenommen mit einer Abtastrate von 20000 Werten pro Sekunde bei einer Anstiegszeit des Stromverstärkers von $40 \mu\text{s}$. a) Messung ohne Filter in der SD-Verkabelung. b) Mit Raumtemperatur SD-Filter wie in Abbildung 4.4 gezeigt (RC-Filter mit $R = 2.2 \text{ k}\Omega$, $C = 2.36 \text{ nF}$). Durch die hohe Kapazität am Eingang des Verstärkers kommt es um $f = 2.5 \text{ kHz}$ zu einem erhöhtem Eigenrauschen des Verstärkers. c) Der SD-Filter wurde am Verstärkereingang modifiziert auf $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 1.03 \text{ nF}$.

reich starke Störungen auf, unter anderem bei Vielfachen der Netzfrequenz von $f_{\text{Netz}} = 50 \text{ Hz}$. In Abbildung 4.23b) ist ein RC-Tiefpass (wie in Abbildung 4.4 gezeigt mit $R = 2.2 \text{ k}\Omega$ und $C = 2.36 \text{ nF}$) für die SD-Leitungen installiert. Die Störsignale sind stark reduziert. Aufgrund der hohen Kapazität am Eingang des Stromverstärkers kommt es allerdings zu einem verstärkten Eigenrauschen des Verstärkers um $f = 2.5 \text{ kHz}$ (siehe auch Kapitel 4.3.2). Dieses Eigenrauschen lässt sich zu höheren Frequenzen verschieben, indem man die Kapazität reduziert. Die Amplitude des Eigenrauschens lässt sich senken, indem man den Widerstand des Filters erhöht, wie in Abbildung 4.23c) gezeigt. Hier wurde der SD-Filter am Verstärkereingang auf $R = 10 \text{ k}\Omega$ und $C = 1.03 \text{ nF}$ modifiziert.

4.5.2 Lock-In Messung

Bei einer *Lock-In* Messung wird entweder die SD-Spannung oder eine Gatterspannung mit einer Frequenz f_L moduliert. Der *Lock-In* detektiert Signale, die mit f_L oszillieren und verwirft alle übrigen Frequenzen. Das zu messende Signal sei $V_{\text{Sig}} \sin(\omega_{\text{Sig}} t + \phi_{\text{Sig}})$ wobei V_{Sig} die Amplitude des Signals ist, ω_{Sig} die Frequenz und ϕ_{Sig} die Phase. Der *Lock-In* erzeugt ein Referenz-Signal $V_{\text{ref}} \sin(\omega_L t + \phi_{\text{ref}})$ mit der *Lock-In* Frequenz, einer Amplitude V_{ref} sowie der Phase ϕ_{ref} . Das zu messende Signal wird vom *Lock-In* verstärkt und mit dem Referenz-Signal phasensensitiv gemischt (Phasen sensitive Detektion, PSD). Das Ergebnis entspricht dem

Produkt zweier Sinus-Signale gemäß

$$V_{\text{PSD}} = V_{\text{Sig}} V_{\text{ref}} \sin(\omega_{\text{Sig}} t + \phi_{\text{Sig}}) \sin(\omega_{\text{L}} t + \phi_{\text{ref}}) \quad (4.5)$$

$$= 1/2 V_{\text{Sig}} V_{\text{ref}} \cos([\omega_{\text{Sig}} - \omega_{\text{L}}]t + \phi_{\text{Sig}} - \phi_{\text{ref}}) - \quad (4.6)$$

$$1/2 V_{\text{Sig}} V_{\text{ref}} \cos([\omega_{\text{Sig}} + \omega_{\text{L}}]t + \phi_{\text{Sig}} + \phi_{\text{ref}}) \quad (4.7)$$

und enthält sie Summen-Frequenz ($\omega_{\text{Sig}} + \omega_{\text{L}}$) und Differenz-Frequenz ($\omega_{\text{Sig}} - \omega_{\text{L}}$). Im *Lock-In* wird das gemischte Signal V_{PSD} durch einen Tiefpass gefiltert, dessen Grenzfrequenz man mit der sogenannte Zeitkonstante über einen weiten Bereich frei einstellen kann, so dass am Ausgang des *Lock-Ins* das endgültige Messsignal anliegt. Im allgemeinen Fall wird das gesamte Signal heraus gefiltert. Nur für $\omega_{\text{Sig}} = \omega_{\text{L}}$ erhält man ein DC-Signal der Form $V_{\text{PSD}} = 1/2 V_{\text{Sig}} V_{\text{ref}} \cos(\phi_{\text{Sig}} - \phi_{\text{ref}})$, das proportional zur AC-Amplitude ist [116, 117]. Die Zeitkonstante des Tiefpasses gibt die Bandbreite der Messung vor, obwohl die Frequenz ω_{L} sehr viel größer als diese sein kann. So kann aus einem verrauschten Hintergrund ein sehr kleines Messsignal herausgefiltert werden. Außerdem kann man so eine Gleichspannung und eine Wechselspannung überlagern, wobei nur die Wechselspannung mit $\omega_{\text{Sig}} = \omega_{\text{L}}$ die Amplitude des resultierenden Signals direkt beeinflusst.

Source Drain-Spannungs Modulation

Das resultierend Messsignal bei einer *Lock-In* Messung mit Modulation der SD-Spannung ist der differentielle Leitwert $g = dI/dU$ oder Transleitwert (englisch *transconductance*). Solange die Änderung dU klein ist und man im Bereich einer linearen Antwort bleibt, kann man g gleich dem Leitwert G setzen (was bei Ohmschen Widerständen immer der Fall ist). Handelt es sich bei der zu messenden Probe um ein Bauteil mit nichtlinearer Kennlinie, wie das bei einem QPC oder Quantenpunkt der Fall ist, sollte die Modulationsamplitude dU klein gegenüber der Ableitung der Kennlinie sein, um möglichst im Bereich der linearen Antwort zu bleiben.

Abbildung 4.24 zeigt den schematischen Aufbau einer *Lock-In* Messung bei der die SD-Spannung mit eine AC-Spannung vom *Lock-In* (*Stanford Research SR830*) überlagert wird. Der Aufbau der verwendeten Addierer-Box für die Modulation der SD-Spannung ist in Abbildung 4.25 gezeigt. AC-Eingang und Ausgang sind über einen Transformator (Pikatron 1265M) mit einem Übertragungsverhältnis von 1:1 galvanisch entkoppelt. Der AC-Eingang ist mit Spannungsteilern ausgestattet, die insgesamt 1:22500 teilen. Damit lässt sich sehr gut eine kleine AC-Amplitude von $\Delta V_{\text{SD}} \approx 10 \mu\text{V}$ realisieren. Die DC-Spannung wird 1:1000 geteilt, und mit einem RC-Tiefpass gefiltert.

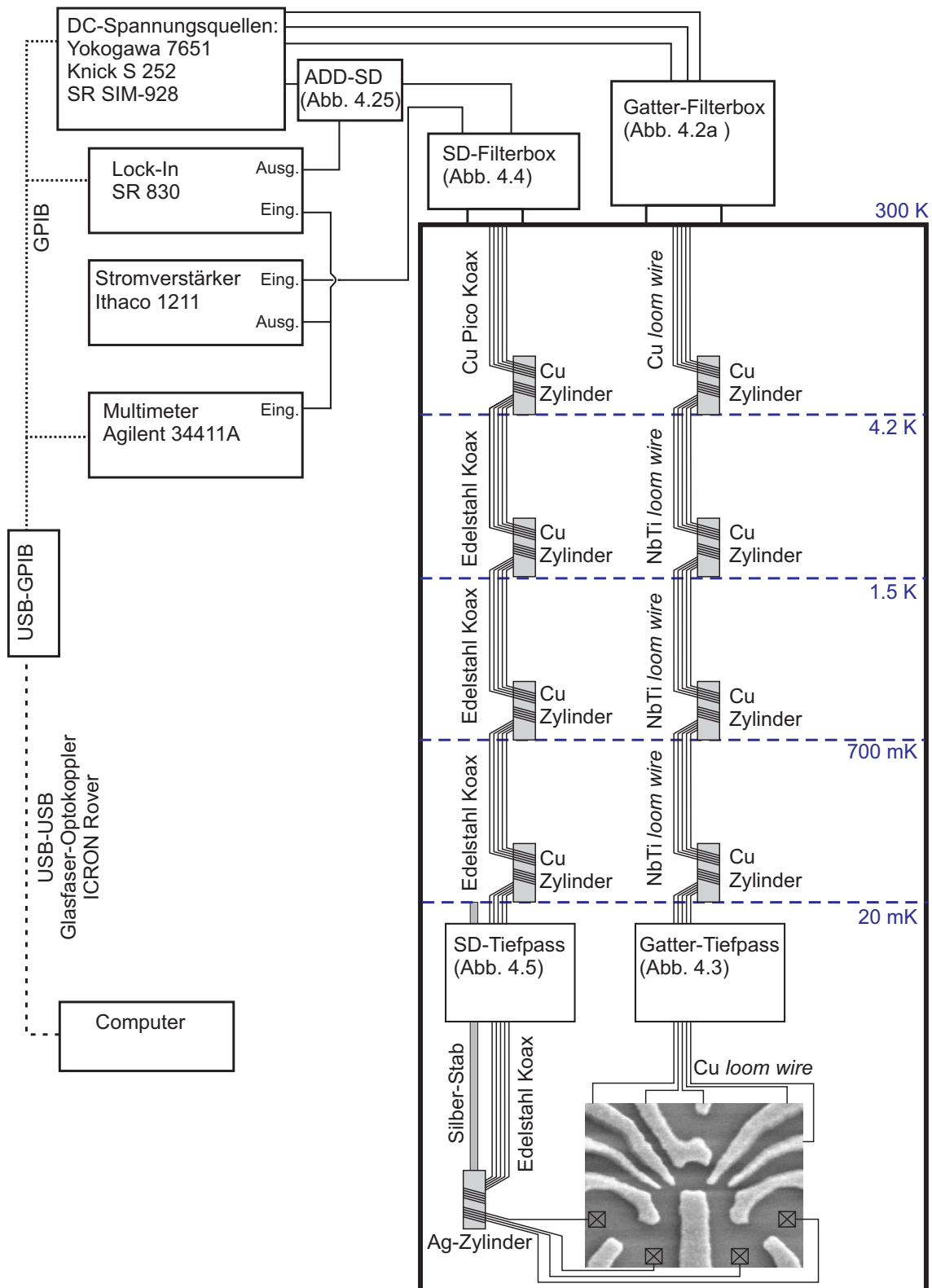


Abbildung 4.24: Schematischer Messaufbau für eine *Lock-In* Messungen mit Modulation der SD-Spannung. Für die Modulation einer Gatterspannung benutzt man eine andere Misch-Box, die in die Zuleitung der Gatter geschaltet wird (siehe Haupttext für Details).

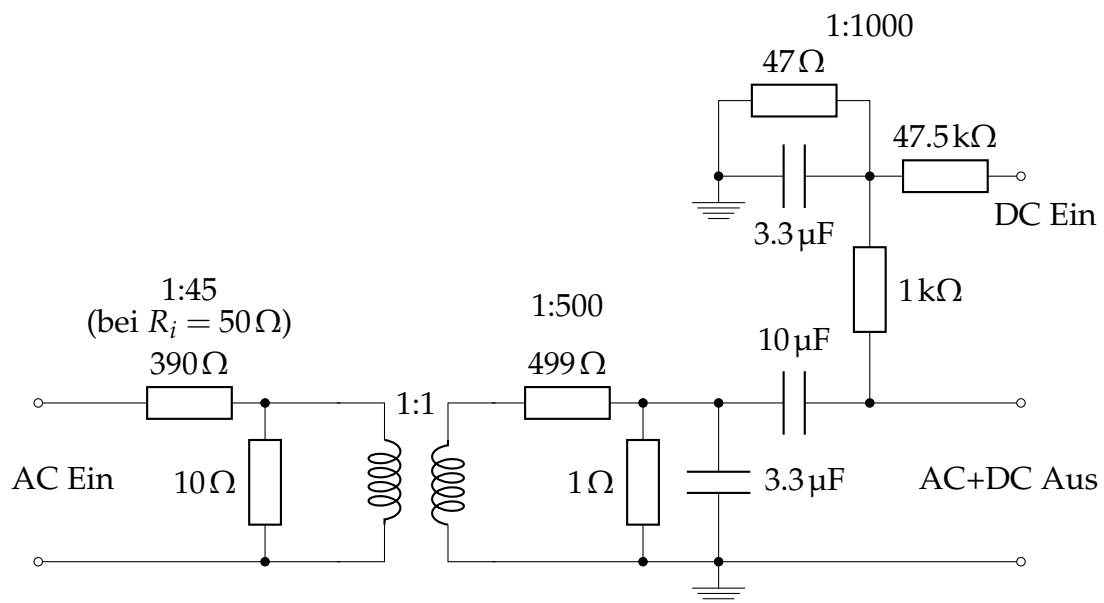


Abbildung 4.25: Aufbau der Misch-Box für *Lock-In* Modulation der SD-Spannung. Der AC-Eingang beinhaltet einen Spannungsteiler der bei $50\ \Omega$ Ausgangs-Impedanz des angeschlossenen *Lock-In* ein Teilerverhältnis von 1:45 liefert, der AC-Ausgang teilt nochmal mit 1:500 woraus sich ein Gesamt-Teilerverhältnis von ca. 1:22500 ergibt. Der DC-Eingang teilt angelegte Spannungen im Verhältnis 1:1000 und enthält zusätzlich noch einen RC-Tiefpass.

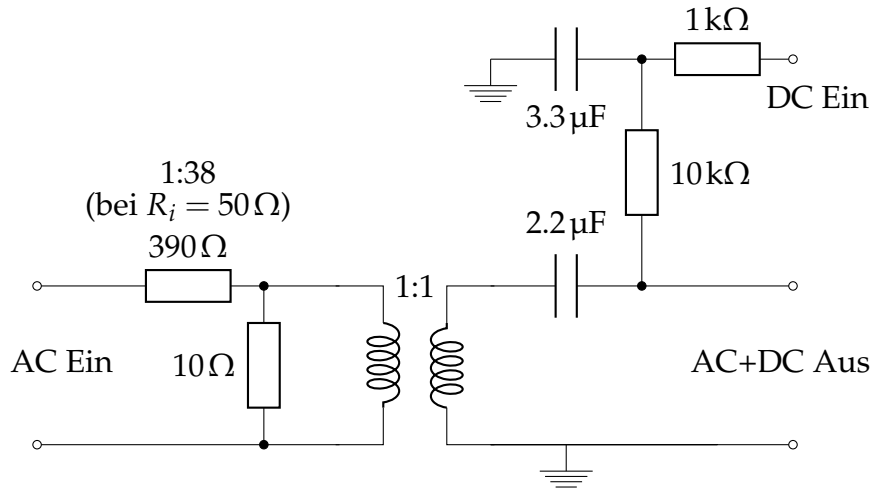


Abbildung 4.26: Aufbau der Misch-Box für *Lock-In* Modulation der Gatterspannung. Der AC-Eingang beinhaltet einen Spannungsteiler der bei 50 Ω Ausgangs-Impedanz des angeschlossenen *Lock-In* ein Teilverhältnis von 1:38 liefert.

Gatterspannungs Modulation

Bei der Ladungsdetektion mittels QPC Detektor wird häufig eine Gatterspannung moduliert [118]. Erzeugt eine Spannungsänderung $\Delta U_G = U_0 \cos \omega_L t$ an einem Kontrollgatter eines Quantenpunkts periodische Umladungen in einem Quantenpunkt, so ändert sich der Leitwert des kapazitiv gekoppelten QPCs entsprechend mit ω_L [119, 120, 95]. Diese Messmethode liefert zwar ein gutes Signal-zu-Rausch Verhältnis, funktioniert jedoch nur solange die relevanten Tunnelraten in den Quantenpunkten größer als die *Lock-In* Frequenz f_L sind [121]. Dieser Umstand kann andererseits auch gezielt ausgenutzt werden, um Tunnelraten zu bestimmen wie in Kapitel 5.2.1 diskutiert wird. Die Modulation einer Gatterspannung stellt etwas andere Anforderungen als die Modulation der SD-Spannung. Abbildung 4.26 zeigt den Aufbau einer Addierer-Box für eine Gatterspannung. Hier wird die DC-Spannung nicht geteilt, sondern nur gefiltert, die AC-Spannung wird im Verhältnis 1:38 heruntergeteilt.

4.5.3 Gepulste Messung

Die in dieser Arbeit durchgeführten gepulsten Messungen sind immer eine Kombination aus einer AC- oder DC-Messung und gepulster Anregung. Dabei werden sehr kurze Spannungspulse mittels HF-Kabeln auf die Probe übertragen, wie in Kapitel 4.4 bereits diskutiert, während die resultierende Antwort des Systems zeitlich gemittelt wird. Das HF-Signal vom Pulsgenerator wird bei Raumtempe-

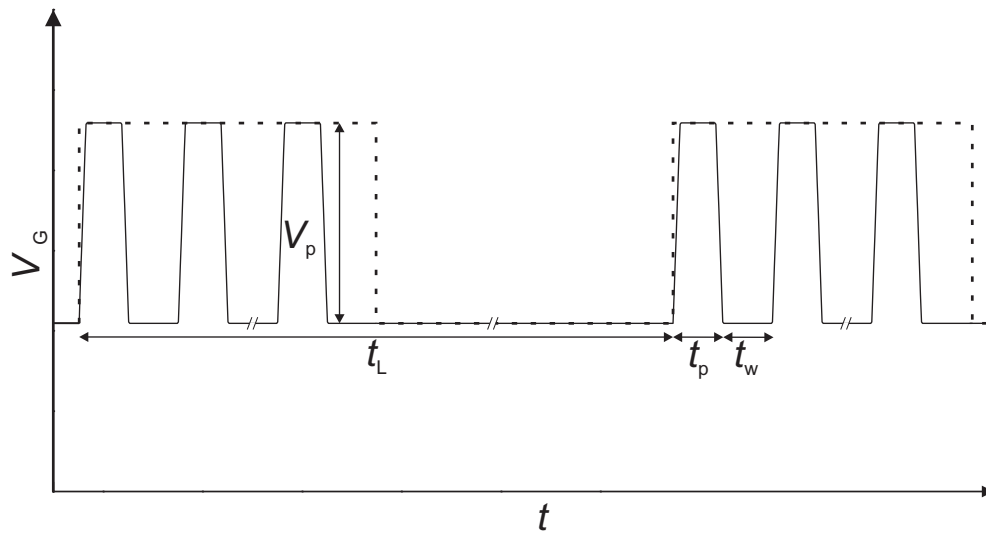


Abbildung 4.27: Skizze einer Pulsfolge mit zusätzlicher *Lock-In* Modulation. Eingezeichnet ist die gepulste Anregung einer Gatterspannung mit einer Amplitude V_p , Pulslänge t_p und Wartezeit t_w als Funktion der Zeit t . Zusätzlich ist gestrichelt die *Lock-In* Modulation mit der Frequenz $f_L = 1/t_L$ dargestellt. Das Verhältnis der Zeitachsen ist nicht maßstabsgetreu, da $t_L \approx 10^6 \times t_p$ ist.

ratur mit *bias tees* (Agilent 11612A) zum DC-Signal gemischt (siehe auch Kapitel 4.4.5).⁸ Das dazu verwendete DC-Signal wird hier mit einem separaten RC-Tiefpass gefiltert, der ähnlich aufgebaut ist wie der in Abbildung 4.2 gezeigte. Die Probe ist auf dem in Abbildung 4.18 gezeigten Probenhalter montiert (in Abbildung 4.28 grau unterlegt).

Die Detektion erfolgt entweder in einer DC-Messung, das heißt das gemittelte Signal wird mit geringer Bandbreite direkt hinter dem Stromverstärker mit einem Multimeter gemessen. Wahlweise kann man auch eine *Lock-In* Detektion anwenden, bei der in diesem Fall die gepulste Anregung mit einer Frequenz $f_L = 1/t_L$ an- und ausgeschaltet wird. Die resultierende Pulsfolge ist in Abbildung 4.27 skizziert. Die Frequenz f_L liegt im Bereich von $60 \text{ Hz} < f_L < 170 \text{ Hz}$ und ist damit sehr viel langsamer als die typischen Repetitionsfrequenzen des Pulsengenerators von $20 \text{ MHz} < f_r = 1/(t_p + t_w) < 2 \text{ GHz}$. In einer *Lock-In* Periode wird also über mehrere Millionen Pulse gemittelt. Die Frequenz f_L erzeugt der Pulsengenerators durch eine entsprechende Programmierung selbst und schickt sie als Referenzfrequenz an den *Lock-In*. Dieser detektiert nur noch die Differenz im Messsignal zwischen einer gepulsten Anregung und keiner gepulsten Anregung [5]. Auf diese Weise lassen sich die in der Messung auftretenden Effekte in Puls-induzierte und statische separieren. Außerdem können so langsame Fluktuationen in der

⁸Der Probenhalter mit integrierten Tieftemperatur *bias tees* stand für die in Kapitel 5.3 präsentierten Messungen noch nicht zur Verfügung.

Probe, die man durch längeres Integrieren in einer DC-Messung nicht herausmitteln kann, effektiv herausgefiltert.

Der schematische Messaufbau für gepulste Messungen ist in Abbildung 4.28 gezeigt.

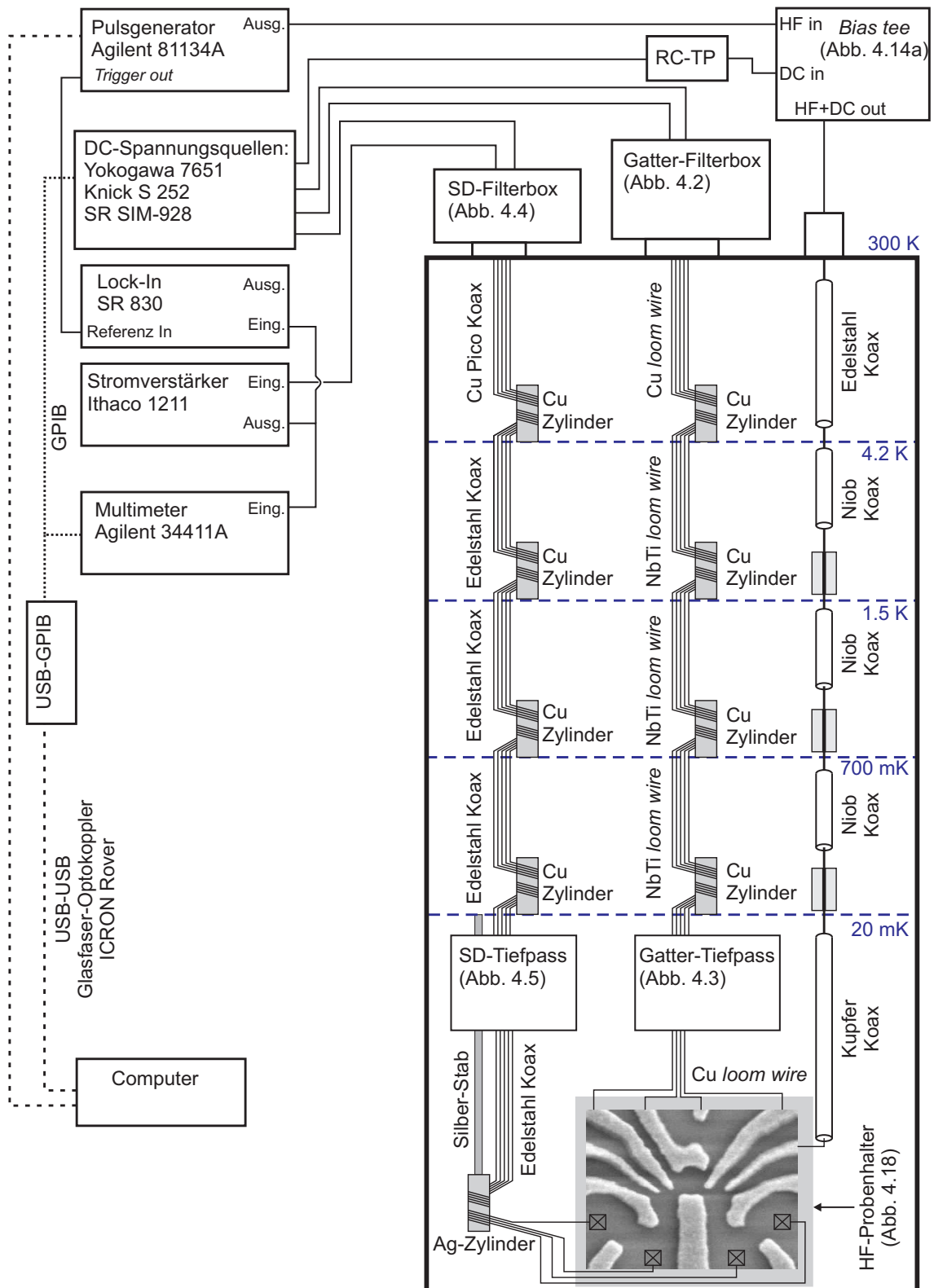


Abbildung 4.28: Schematischer Messaufbau für gepulste Messungen. Das verwendete *bias tee* zum mischen von HF- und DC-Signal ist in Kapitel 4.4.5 ausführlich beschrieben. Der mit RC-TP gekennzeichnete Filter ist ein RC-Tiefpass, der ähnlich aufgebaut ist wie der in Abbildung 4.2 gezeigte.

Kapitel 5

Messergebnisse

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Messergebnisse dieser Arbeit in drei Abschnitten dargestellt. Zunächst werden die zu untersuchenden Quantenpunkte charakterisiert und die Temperatur des 2DES bestimmt. Anschließend wird anhand von Messungen das Prinzip der Ladungsdetektion mittels eines QPCs verdeutlicht. Der Übergang von Doppel- zu Dreifachquantenpunkten sowie verschiedene Gattergeometrien werden kurz beschrieben. Der erste Abschnitt schließt mit einer Analyse des externen Rauschens.

Teil zwei erstreckt sich auf die Untersuchungen von Rückwirkungen des QPC Ladungsdetektors auf das Quantenpunktsystem. Die Kopplungsmechanismen über Coulomb-Wechselwirkung und akustische Phononen werden in einem Spektroskopieexperiment identifiziert. Schließlich werden Vorschläge für eine Optimierung des Systems diskutiert.

Der dritte Abschnitt befasst sich mit gepulsten Messungen zur Untersuchung der Dynamik der Elektronen in gekoppelten Quantenpunkten. Dazu wird zunächst der Hochfrequenzmessaufbau getestet und kalibriert. Die Relaxationsmechanismen, die bei gepulster Anregung auftreten können, werden in verschiedenen Kopplungsregimen untersucht. In einem ausgewählten Regime werden exemplarisch die Tunnel- und Relaxationsraten mit Hilfe eines Ratenmodelles bestimmt. Am Ende des Kapitels werden noch Messungen zum kohärenten Ladungstransfer diskutiert.

5.1 Charakterisierung der Quantenpunkte

Die wesentlichen Ergebnisse wurden an zwei verschiedenen Proben (mit den Bezeichnungen W4_3 und W4_7) gemessen, die jedoch auf dem selben *wafers* Material (siehe Anhang A.1) basieren und die gleiche Gattergeometrie aufweisen (sie-

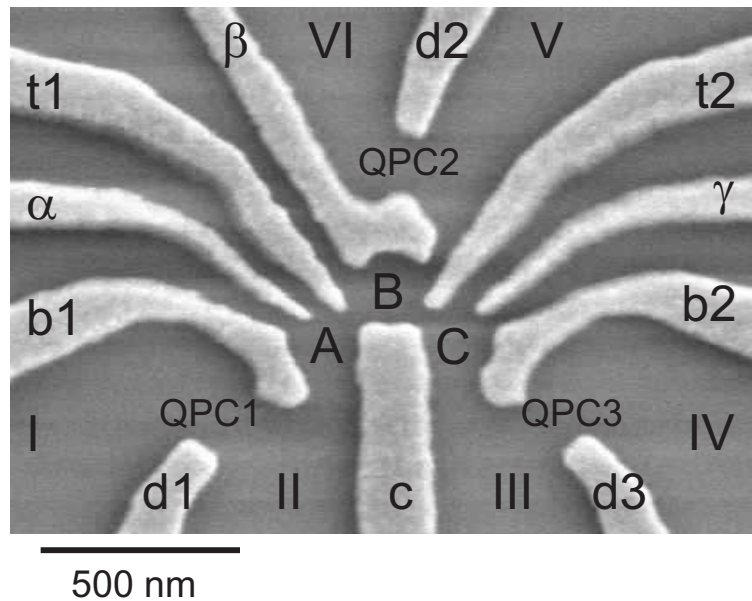


Abbildung 5.1: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer zur verwendeten Struktur identischen Gattergeometrie. Hellgraue Bereiche stellen Goldelektroden dar, die beim Anlegen einer Spannung als Gatter verwendet werden können.

he Kapitel 5.1.5). Abbildung 5.1 zeigt eine elektronenmikroskopische Aufnahme einer Teststruktur, die die gleiche Gattergeometrie aufweist wie die tatsächlich gemessenen Proben. Die Nomenklatur, die für alle folgenden Kapitel gilt, lautet wie folgt: Ohmsche Kontakte sind mit römischen Ziffern (I-VI) nummeriert. Kontrollgatter, die hauptsächlich an die drei Quantenpunkte A, B und C koppeln, sind mit griechischen Buchstaben α , β und γ bezeichnet. Gatter, die Tunnelbarrieren zu den Zuleitungen definieren, tragen die Bezeichnung b1 und b2, während die Gatter für Tunnelbarrieren zwischen den Quantenpunkten t1 und t2 heißen. Gatter, die zur Definition eines der drei möglichen QPC Ladungsdetektoren dienen, sind entsprechend mit d1, d2 und d3 bezeichnet, das zentrale Gatter in der Mitte mit c.

Diese Gattergeometrie ist im Wesentlichen eine Weiterentwicklung der von Daniel Schröer entwickelten Dreifachquantenpunkt Struktur [9, 46]. Im Vergleich zur ursprünglichen Geometrie von D. Schröer sind die Gatter in diesem neuen Entwurf etwas schmaler und die Abstände der Gatter t1 und t2 zum Gatter c leicht reduziert. Diese Änderungen wurden vorgenommen, um eine Realisierung des CTAP Protokolls, das bereits in Kapitel 2.4.4, diskutiert wurde, zu ermöglichen [8]. Für CTAP ist es nötig, die Höhe der Tunnelbarrieren zwischen den Quantenpunkten zu variieren, möglichst ohne die Energieniveaus der angrenzenden Quantenpunkte zu verändern. Mit schmalen Gattern t1 und t2, die einen kleinen Abstand zum gegenüberliegenden Gatter c aufweisen, sollte eine kleine

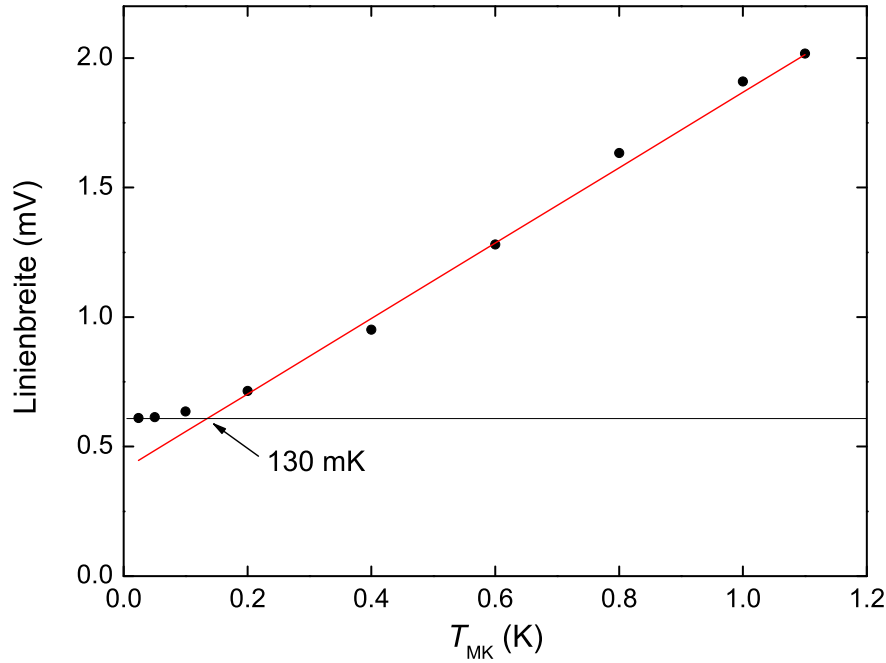


Abbildung 5.2: Linienbreite einer Coulomb Blockade Resonanz als Funktion der Mischkammertemperatur T_{MK} . Aus der Messung lässt sich $T_{2DES} \simeq 130\text{ mK}$ ermitteln.

Spannungsänderung einen großen lokalen Effekt auf die Tunnelbarriere haben, bei gleichzeitig relativ schwacher Kopplung an die Quantenpunkte A und B. Die grundlegenden Eigenschaften dieses Dreifachquantenpunktsystems sind ausführlich in der Arbeit von D. Schröder beschrieben und sind daher nicht Schwerpunkt dieser Arbeit [9, 46]. Hier erfolgt vielmehr eine Charakterisierung der verwendeten Proben um relevante Messgrößen zu bestimmen, die für die folgenden Kapitel 5.2 und 5.3 von Bedeutung sind.

5.1.1 Temperatur des Elektronensystems

Wie in Kapitel 4 bereits diskutiert ist es notwendig, die Probe auf eine möglichst niedrige Temperatur zu kühlen und Störungen, die über die Zuleitungen einkoppeln, zu vermeiden. Zur Bestimmung der Temperatur T_{2DES} des zweidimensionalen Elektronensystems, kann man in der Probe einen Quantenpunkt definieren und die Temperaturabhängigkeit der Linienbreite einer Coulomb Blockade Oscillation messen. Die Linienbreite entspricht einer effektiven Temperatur T_{2DES} , wie in Kapitel 2.3.2 erläutert. Abbildung 5.2 zeigt eine Messung der Linienbreite (in mV an Gatter β) als Funktion der Mischkammertemperatur T_{MK} . Senkt man T_{MK} ab, folgt die Linienbreite nur bis zu einem bestimmten Punkt der Tempe-

ratur und geht dann in Sättigung über. Der Wert bei dem die Linienbreite nicht mehr schmaler wird, liefert eine obere Abschätzung für T_{2DES} . Diese Temperatur stellt sich als Gleichgewichtswert aus der, von der Probe abgeführten Wärme und der, über die Zuleitungen eingetragenen Energie ein. Dabei spielen DC- und HF-Leistungen unterschiedliche Rollen, wie in Kapitel 4.4 beschrieben ist. Aus der in Abbildung 5.2 gezeigten Messung ergibt sich eine Temperatur von $T_{2DES} \simeq 130\text{mK}$. In dieser Messung wurden die in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Raumtemperaturfilter für Gatterspannungen und SD-Leitungen verwendet, sowie die Tieftemperaturfilter der Gatterzuleitungen. Die Tieftemperaturfilter der SD-Leitungen waren bei dieser Messung noch nicht verfügbar, auch die HF-Kabel wurden ohne Tieftemperaturdämpfungsglieder eingesetzt. Wie in Abschnitt 4.4 bereits beschrieben, stellt das thermisch induzierte Rauschen der ungedämpften HF-Kabel eine nicht zu vernachlässigende Störung dar. Durch den später erfolgten Umbau auf Tieftemperaturdämpfungsglieder und kalte *bias tees* sollte sich daher auch die Temperatur des 2DES weiter senken lassen.

5.1.2 Ladeenergie

Die Ladeenergie E_c der Quantenpunkte A, B und C sowie die Gatterkonversionsfaktoren $\alpha_{A,B,C}$ können mit Messungen bei endlicher Spannung V_{SD} bestimmt werden. Abbildung 5.3 zeigt Falschfarbendarstellungen des differentiellen Leitwerts $g = dI_{SD}/dV_{SD}$, als Funktion von V_{SD} und einer Gatterspannung, für die drei Quantenpunkte A,B und C. Dabei wurde mit dem *Lock-In* Prinzip, wie in Kapitel 4.5.2 und Abbildung 4.24 beschrieben, gemessen und zusätzlich eine DC SD-Spannung addiert. Es bilden sich sogenannte Coulomb-Diamanten, aus deren Größe man die Ladeenergie E_c ableiten kann (siehe Kapitel 2.3.3). E_c nimmt tendenziell zu, je weniger Elektronen sich im Quantenpunkt befinden. Die angegebenen Werte für E_c beziehen sich jeweils auf den letzten (größten) noch messbaren Coulomb-Diamanten.¹ Es ergibt sich für die Quantenpunkte A,B und C eine Ladeenergie von $E_c^A = 2.1\text{meV}$, $E_c^B = 1.6\text{meV}$ und $E_c^C = 2.0\text{meV}$. Die zugehörigen Gatterkonversionsfaktoren sind $\alpha_A = 0.062$, $\alpha_B = 0.114$ und $\alpha_C = 0.047$. Obwohl $\alpha_{A,B,C}$ nicht unbedingt konstant ist, wenn man die Quantenpunkte weiter verarmt, lässt sich die Ladeenergie auch für gekoppelte Quantenpunkte im Regime weniger Elektronen, mit einem Fehler von 10-20%, abschätzen.

¹Die Quantenpunkte sind nicht unbedingt leer, wenn man keine weiteren Coulomb Blockade Resonanzen mehr im Strom messen kann. Mit Hilfe von Ladungsdetektion lässt sich dagegen die Beladung im Quantenpunkt bis hin zu Null Elektronen nachweisen.

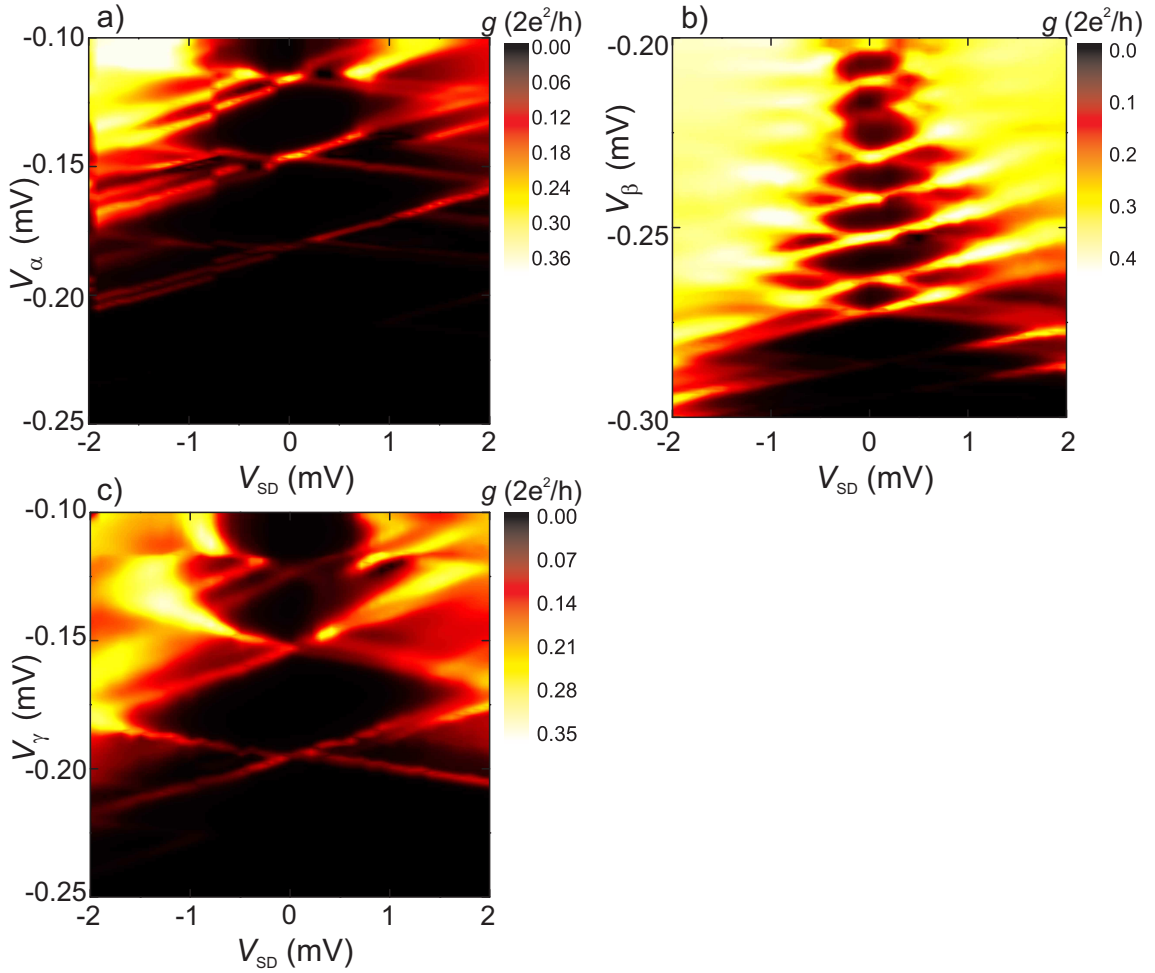


Abbildung 5.3: Differentieller Leitwert $g = dI_{SD}/dV_{SD}$ in den Quantenpunkten A, B und C. Aufgetragen ist g in einer Farbskala als Funktion der Spannung V_{SD} sowie der jeweiligen Gatterspannung V_α , V_β und V_γ . Aus der Größe der Coulomb-Diamanten lässt sich unter anderem die Ladeenergie bestimmen.

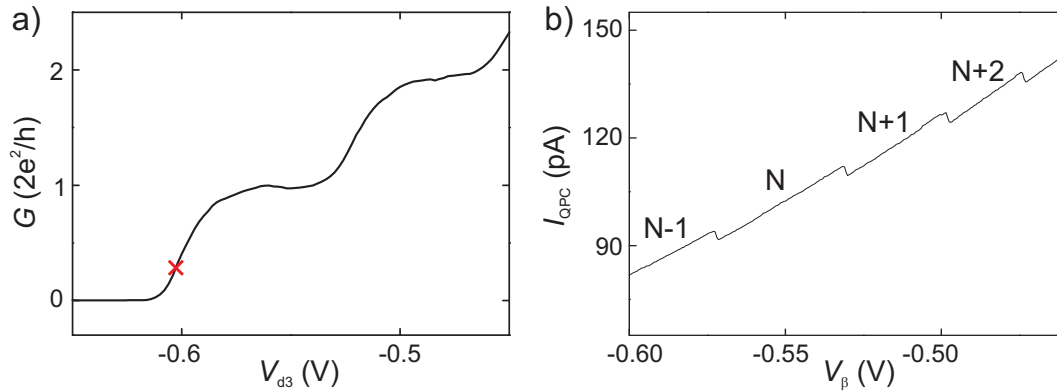


Abbildung 5.4: a) Leitwert G in Vielfachen von $G_0 = 2e^2/h$, des QPC3 als Funktion der Gatterspannung V_{d3} . Das rote Kreuz markiert einen möglichen Arbeitspunkt als Ladungsdetektor. b) Strom I_{QPC} durch einen QPC Ladungsdetektor als Funktion von V_β . Bei jeder Stufe in I_{QPC} ändert sich die Anzahl N der Elektronen im Quantenpunkt B um eins. Die zusätzliche lineare Abnahme von I_{QPC} wird durch die kapazitive Kopplung von Gatter β an den QPC verursacht.

5.1.3 Ladungsdetektion mittels eines Quantenpunktkontakts

Die genaue Beladung der Quantenpunkte bis hin zu wenigen Elektronen kann wesentlich einfacher über Ladungsdetektion mittels eines integrierten Quantenpunktkontakts (QPC) ermittelt werden (siehe auch Kapitel 2.3). Das Messprinzip wurde erstmals von Field *et al.* [118] angewandt. Seitdem hat sich diese Technik sehr weit verbreitet und als Standard zur Ladungsbestimmung von gekoppelten Quantenpunkten etabliert [120].

Abbildung 5.4a) zeigt den Leitwert G eines QPCs als Funktion der dazugehörigen Gatterspannung V_{d3} . Stellt man den Leitwert eines QPCs auf eine steile Flanke, (in Abbildung 5.4a) mit einem Kreuz markiert) ein, reagiert der Leitwert des QPCs sehr sensitiv auf Änderungen seiner elektrostatischen Umgebung. Die letzte Flanke des QPCs ist dabei am günstigsten, da die Abschirmung hier am geringsten ist. Bei der Ladungsdetektion nutzt man die kapazitive Kopplung eines QPCs an benachbarte Quantenpunkte aus. Verringert sich die Beladung N des Quantenpunktes um ein Elektron ($N - 1$), nimmt damit auch die negative Ladung in der Nähe des QPCs ab. Diese Verringerung des lokalen Potentials des QPCs führt zu einer Erhöhung des Leitwerts G_{QPC} . Umgekehrt führt jedes zusätzliche Elektron im Quantenpunkt zu einer Abnahme von G_{QPC} . Legt man nun eine Spannung V_{QPC} über den QPC an, kann man im resultierenden Strom I_{QPC} direkt die Beladung des Quantenpunktes detektieren, wie in 5.4b) gezeigt. Dabei ist kein Stromfluss durch den Quantenpunkt selbst notwendig.

Ebenfalls üblich ist die Ladungsdetektion mittels *Lock-In* Prinzip, bei der eine

Gatterspannung V_G moduliert wird und der differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_G$ gemessen wird (siehe Kapitel 4.5.2). Ein entsprechendes Ergebnis erhält man durch eine DC-Messung und anschließendes numerisches Ableiten von I_{QPC} nach V_G .

Obwohl diese Technik ursprünglich als nicht-invasiv vorgestellt wurde [118], hat sich mittlerweile herausgestellt, dass Rückkopplungen des QPCs auf das zu untersuchende System einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss haben. Dieses Thema wird in Kapitel 5.2 noch ausführlich behandelt.

5.1.4 Doppelquantenpunkte

Koppelt man zwei benachbarte Quantenpunkte, bildet sich ein Doppelquantenpunkt. Die Theorie der Doppelquantenpunkte wurde in Kapitel 2.4 bereits diskutiert. Mit der Gattergeometrie aus Abbildung 5.1 lassen sich Doppelquantenpunkte definieren, indem man jeweils zwei benachbarte Quantenpunkte A und B beziehungsweise B und C koppelt. Die nicht benötigten Gatter werden geerdet und haben somit einen vernachlässigbaren Einfluss auf den Doppelquantenpunkt.

Ladediagramme

Abbildung 5.5 zeigt drei mögliche Varianten eines Ladungs Stabilitätsdiagramms (kurz Ladediagramm) des Doppelquantenpunkts B, C. In Abbildung 5.5a) ist der Strom I_{QPC} durch QPC3 in Graustufen als Funktion der beiden Gatterspannungen V_β und V_γ gezeigt. Bei dieser Messung wurde an Kontakt IV eine Spannung von $V_{\text{QPC}} = -100 \mu\text{V}$ angelegt, der resultierende Strom I_{QPC} wurde an Kontakt V gemessen (siehe Abbildung 4.22). Um die kapazitive Kopplung von Gatter γ an QPC3 zu kompensieren und damit einen stabilen Arbeitspunkt des QPCs zu halten, wurde die Gatterspannung V_{d3} proportional zu V_γ nachgeregelt. Neben Plateaus, die Bereiche stabiler Ladungskonfigurationen repräsentieren, ist weiterhin eine graduelle Abnahme des Stroms mit negativerem V_β zu erkennen. Um den Kontrast zu erhöhen wurde in Abbildung 5.5b) daher ein Untergrund in Form einer schiefen Ebene von den Rohdaten abgezogen und die resultierende Änderung des Stromes δI_{QPC} dargestellt. Alternativ kann man den Strom auch numerisch nach einer Gatterspannung ableiten und erhält ein Ladediagramm wie in Abbildung 5.5c) gezeigt, bei dem der differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\beta$ aufgetragen ist. Hier ist die Anzahl N der Elektronen in Quantenpunkt B und C mit (N_B, N_C) eingetragen.

Durch Abzählen der Ladelinien kann man im Ladediagramm den Beladungszustand des Doppelquantenpunkts bestimmen, falls die Messung die Konfiguration $(0,0)$ einschließt. Generell bewirken negativere Gatterspannungen V_G , die

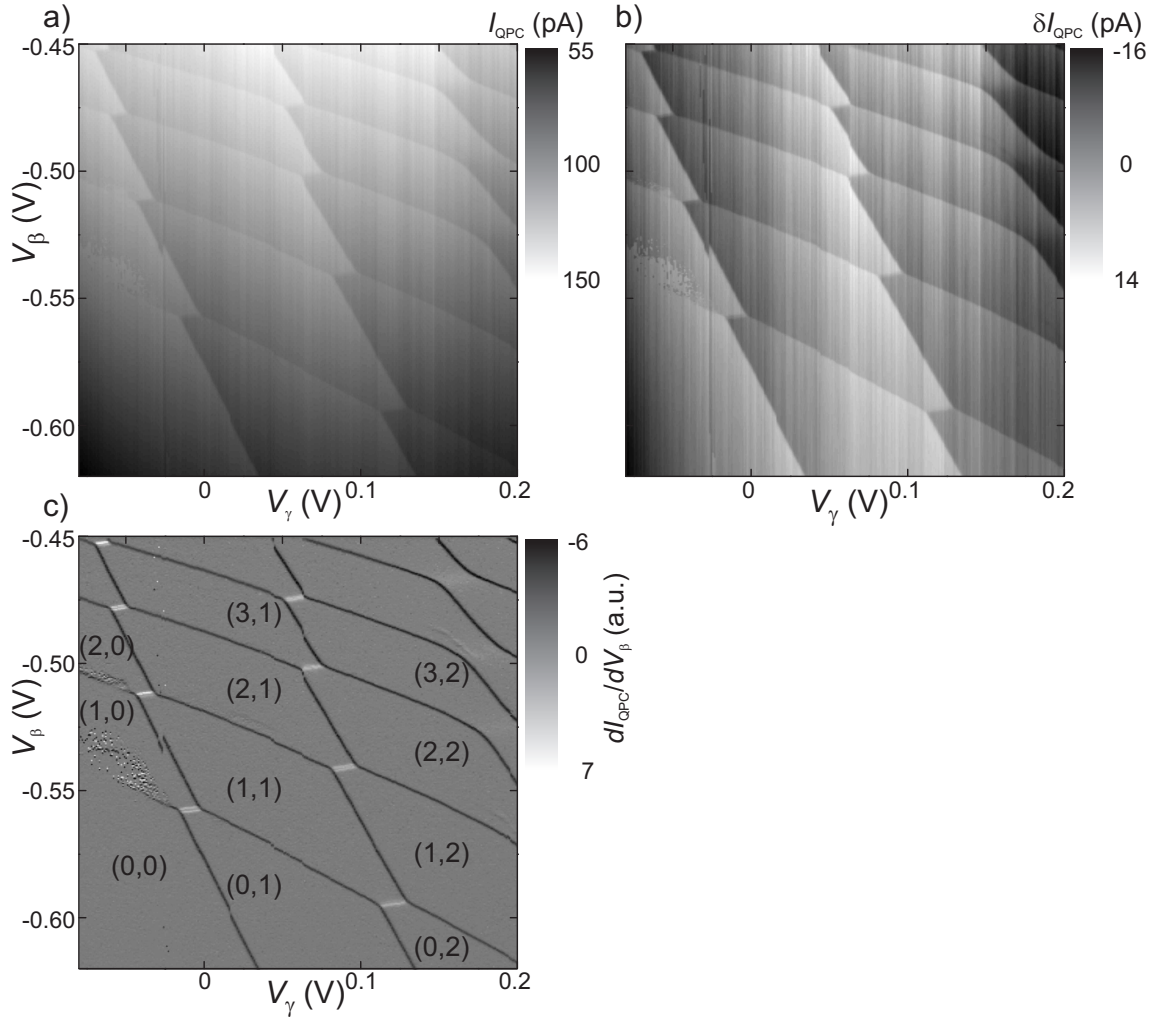


Abbildung 5.5: Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C in drei möglichen Darstellungen. a) Der Detektorstrom I_{QPC} ist in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ aufgetragen. b) Um den Kontrast zu erhöhen ist ein *offset* von I_{QPC} abgezogen worden und der verbleibende Strom δI_{QPC} gezeigt. c) Durch numerisches Ableiten von I_{QPC} nach V_β erhält man den differentiellen Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\beta$. Zahlenpaare (N_B, N_C) geben den Beladungszustand des Doppelquantenpunktes an.

zum Entleeren der Quantenpunkte notwendig sind, höhere Tunnelbarrieren. Bei sehr hohen Tunnelbarrieren kann es passieren, dass die Beladungsprozesse länger dauern als die Messung der Ladelinie. Die Ladelinie erscheint dann teilweise unterbrochen und Umladungen finden neben der Ladelinie statt wie in Abbildung 5.5c) links unten zu sehen ist. Hier kann man sogenanntes Telegraphenrauschen beobachten, das durch zusätzliches externes Rauschen oder Wechselwirkungen mit dem QPC ausgelöst wird, wie in Kapitel 5.2.1 noch ausführlich diskutiert wird.

Durch sorgfältiges Prüfen, ob beim Öffnen der Tunnelbarrieren zusätzliche Ladelinien auftauchen, kann man jedoch nachweisen ob der Doppelquantenpunkt vollständig entleert ist.

5.1.5 Dreifachquantenpunkte

Obwohl die meisten Ergebnisse in dieser Arbeit an Doppelquantenpunkten erzielt wurden, ist die Gattergeometrie (Abbildung 5.1) eigentlich für die Definition eines Dreifachquantenpunktes im Bereich niedriger Besetzungszahlen ausgelegt worden. Hier werden kurz die Eignung der verwendeten Gattergeometrie und Verbesserungsvorschläge diskutiert. Für eine weiterführende Diskussion der Eigenschaften von Dreifachquantenpunkten sei auf die Arbeiten von Daniel Schröer und Louis Gaudreau verwiesen [9, 46, 122, 123, 124].

Abbildung 5.6 zeigt das Ladediagramm eines Dreifachquantenpunkts A,B,C als Funktion der Gatterspannungen V_α und V_γ . Die fast horizontalen Ladelinien gehören zu Quantenpunkt A, der hauptsächlich an Gatter α koppelt, die fast vertikalen entsprechend zu Quantenpunkt C. Die diagonalen Ladelinien gehören zum mittleren Quantenpunkt B, der ungefähr gleichstark an Gatter α und γ koppelt. In der hier gezeigten Messung wurde der mittlere Quantenpunkt B des Dreifachquantenpunkts nicht komplett entleert, während die peripheren Quantenpunkte A und C leer sind. In einer seriellen Anordnung ist der mittlere Quantenpunkt naturgemäß nur sehr schwach an die Zuleitungen gekoppelt. Die Tatsache, dass noch Ladelinien sichtbar sind während A und C leer sind (und damit auch keine freien Zustände mehr besitzen), deutet darauf hin, dass eine Kopplung an das 2DES (ohmscher Kontakt V und VI) über das nicht komplett geschlossene Gatter β möglich ist. Schließt man β weiter, verschwinden (für negativere V_α und V_γ) die Ladelinien von Quantenpunkt B zusehends, gleichzeitig nimmt die Kopplung an A und C ab. Die Form von Gatter β , das an den Seiten relativ spitz nach unten zuläuft, begünstigt zwar die Definition von Quantenpunkt B, schränkt jedoch auch die Möglichkeiten ein, die Geometrie des Dreifachquantenpunkts zu modellieren. Durch die sehr starke Kopplung von β an die Tunnelbarrieren zu den peripheren Quantenpunkten A und C, ist ein unabhängiges Einstellen der Elektronenbesetzung N_B und der Tunnelkopplung an A und C schwierig.

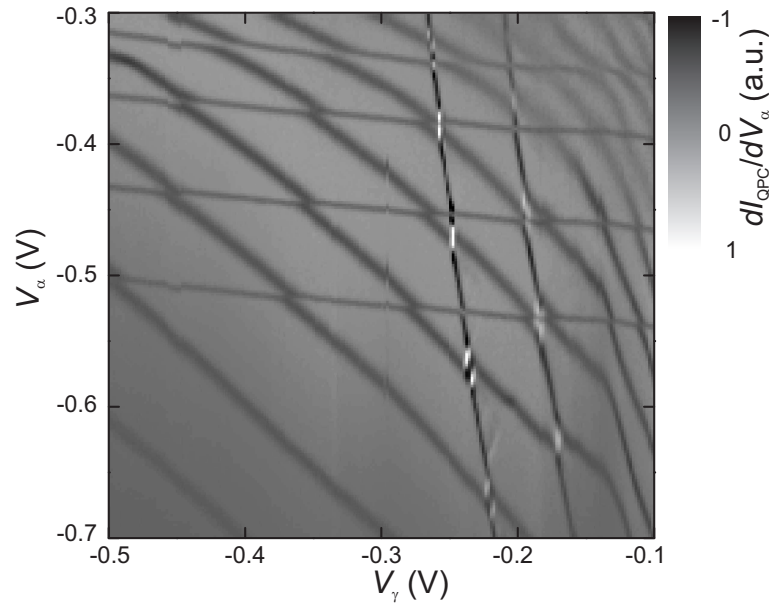


Abbildung 5.6: Ladediagramm des Dreifachquantenpunkts A,B,C. Der differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\alpha$ ist in Graustufen als Funktion von V_α und V_γ aufgetragen. In dieser Messung wurde die Ladungsdetektion mittels *Lock-In* Prinzip, durch Modulation von V_α bei $f = 177\text{ Hz}$ und Messen des resultierenden differentiellen Leitwerts g an QPC3, durchgeführt.

Verschiedene Gattergeometrien

Um die Einstellbarkeit zu verbessern, und damit beispielsweise den Quadrupelpunkt $(0,0,1) \leftrightarrow (0,1,0) \leftrightarrow (1,0,0)$ zu erreichen, wurde die Gattergeometrie, unter anderem im Laufe der Diplomarbeit von Max Empl, verändert [125]. Abbildung 5.7 zeigt einen Überblick über verschiedene Dreifachquantenpunkt Gattergeometrien. In Abbildung 5.7a) ist noch einmal die in dieser Arbeit verwendete Gattergeometrie zu sehen, in b) eine nur leicht modifizierte Version. Hier wurde lediglich das zentrale Gatter c und Gatter β in ihrer Form verändert, um die Tunnelkopplung von Quantenpunkt B, selbst bei geringer Beladung N_B , an die Nachbarn A und C zu erhöhen. Die Idee ist, dass der mittlere Quantenpunkt B beim Schließen von Gatter β näher an die Tunnelbarrieren gedrückt wird. Damit erhöht man während des Verarmens gleichzeitig die Kopplung an Quantenpunkt A und C. Abbildung 5.7c) zeigt eine Gattergeometrie die stark an die, in Ref. [123] vorgestellte, angelehnt ist. Dort wurde gezeigt, dass mit dieser Geometrie die Einstellbarkeit des Dreifachquantenpunkts deutlich verbessert werden konnte. In Abbildung 5.7d) ist eine Weiterentwicklung dieser Struktur zu sehen. In der Diplomarbeit von Max Empl [125] wurde eine sehr ähnliche Gattergeometrie getestet, die deutlich flexibler als die in Abbildung 5.7a) gezeigte ist und bei der sich der Dreifachquantenpunkt wie gewünscht komplett entleeren lässt. Durch

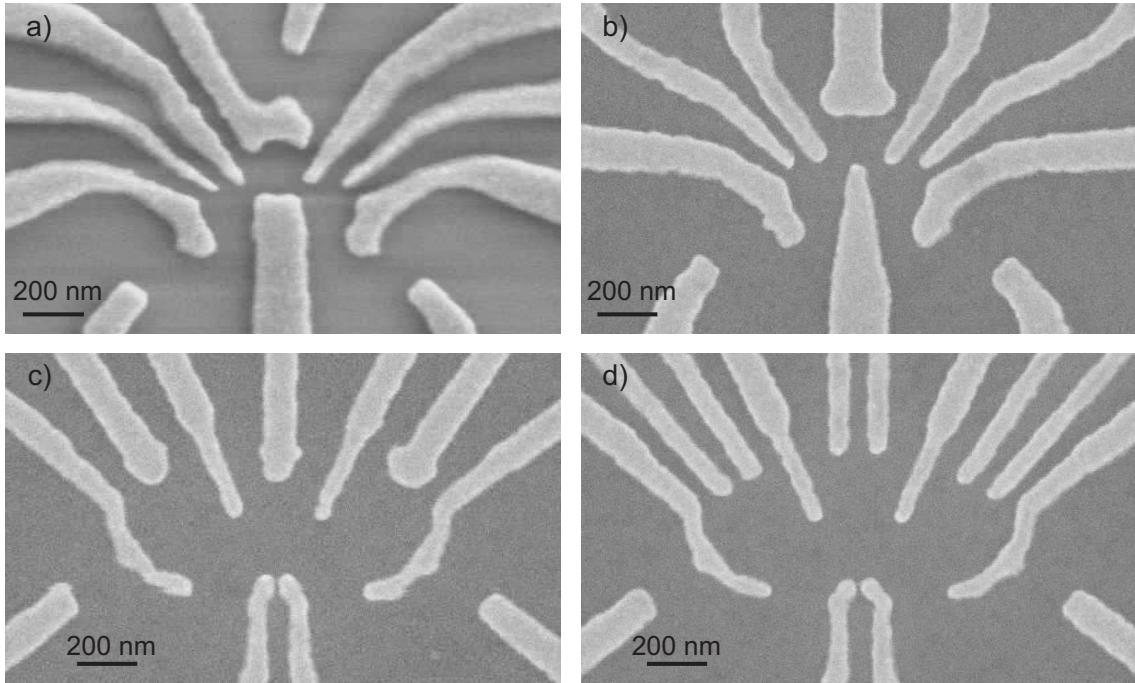


Abbildung 5.7: Übersicht über verschiedene Gattergeometrien zur Definition eines Dreifachquantenpunktes.

die Teilung der Kontrollgatter α , β und γ in jeweils zwei separate Gatter, kann in dieser Struktur die Position der drei Quantenpunkte gezielt beeinflusst werden und somit auch die Kopplung an die Zuleitungen beziehungsweise die benachbarten Quantenpunkte.

5.1.6 Externes Rauschen

Unter externem Rauschen versteht man alle Störsignale, die die Probe über die Zuleitungen erreichen. Eine untere Grenze für das externe Rauschen kann abgeschätzt werden, indem man die Gleichrichtungseigenschaften eines einzelnen Quantenpunkts untersucht [41, 103]. In Anwesenheit einer Wechselspannung kann sich, aufgrund von Nichtlinearitäten der Strom-Spannungs-Kennlinie eines asymmetrisch an die Zuleitungen gekoppelten Quantenpunkts, ein Gleichrichtereffekt ergeben [126].

Abbildung 5.8 zeigt Coulomb Blockade Oszillationen des Quantenpunkts B als Funktion von V_β für drei verschiedene Werte von V_{SD} (Quantenpunkt A und C sind hier nicht definiert). Für $V_{SD} < -10\mu\text{V}$ erhält man Maxima im Strom I_{SD} , für $V_{SD} > 15\mu\text{V}$ ergeben sich Minima in I_{SD}^2 . Im Fall $V_{SD} = 0$ erwartet man im

²Der verwendete Strom-Spannungs-Wandler ist ein invertierender Verstärker, daher fließt bei $V_{SD} > 0$ ein Strom $I_{SD} < 0$, bei $V_{SD} < 0$ ein Strom $I_{SD} > 0$.

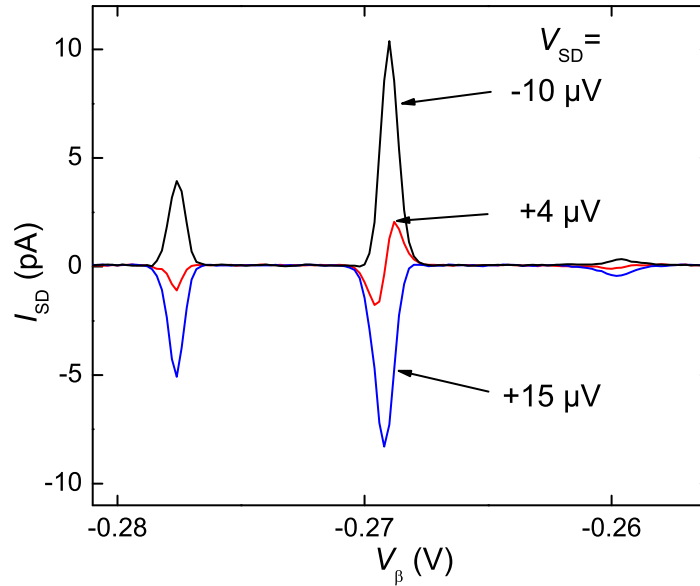


Abbildung 5.8: Strom I_{SD} durch den Quantenpunkt B , unter dem Einfluss von externem Rauschen, als Funktion von V_β bei drei verschiedenen Spannungen V_{SD} .

Idealfall für den Strom ebenfalls $I_{SD} = 0$. Bei $V_{SD} = 4 \mu\text{V}$ wird der Spannungs-*offset* am Stromverstärker gerade kompensiert, es fließt jedoch bei $V_\beta = -269 \text{ mV}$ ein Strom $I_{SD} \neq 0$, der, abhängig von V_β , das Vorzeichen wechselt. Auf dieser Coulomb Blockade Oszillation wird externes Rauschen in einen DC-Strom umgesetzt.

Legt man nun eine Spannung V_{SD} an, und erhöht (senkt) diese solange bis nur noch negativer (positiver) Strom I_{SD} fließt (also kein Vorzeichenwechsel mehr stattfindet), kann man die Amplitude des Rauschens abschätzen. Bei der Messung aus Abbildung 5.8 ist eine effektive (um den *offset* korrigierte) Spannungsamplitude von $|V_{SD}| \simeq 12 \mu\text{V}$ notwendig, um die Gleichrichteffekte zu kompensieren. Die Spannungsamplitude des externen Rauschens kann daher auf $V_{\text{Rausch}} \geq 12 \mu\text{V}$ abgeschätzt werden. Diese Messung liefert lediglich eine untere Grenze für V_{Rausch} , da die Effektivität des Gleichrichtens stark von den Asymmetrieeigenschaften des verwendeten Quantenpunkts abhängt. Die Resonanzen bei $V_\beta = -277 \text{ mV}$ weisen zum Beispiel bei $V_{SD} = 4 \mu\text{V}$ keinen Vorzeichenwechsel in I_{SD} auf. In der Praxis hat es sich als günstig erwiesen, mehrere Coulomb Blockade Resonanzen in verschiedenen Kopplungsregimen zu vergleichen, und den stärksten Gleichrichteffekt für die Abschätzung des externen Rauschens zu verwenden.

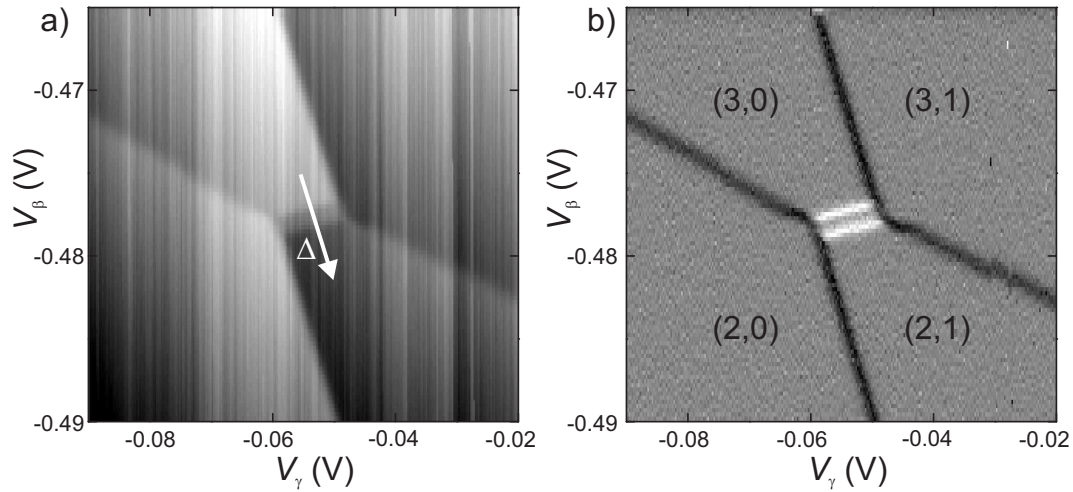


Abbildung 5.9: Ausschnitt aus dem Ladediagramm eines Doppelquantenpunkts unter dem Einfluss von hochfrequentem Rauschen. a) Strom I_{QPC} . b) Ableitung von I_{QPC} nach V_β . Die Ladungsrekonfigurationslinie (weiß) zwischen (3,0) und (2,1) ist in zwei Linien aufgespalten.

Hochfrequentes Rauschen

Hochfrequentes Rauschen (darunter fällt auch thermisch induziertes Rauschen, das in Kapitel 4.4.1 diskutiert wurde) kann unter Umständen indirekt in einem Doppelquantenpunkt detektiert werden. Im Ladediagramm eines Doppelquantenpunktes kann an der Ladungsrekonfigurationslinie (siehe Kapitel 2.4) eine zusätzliche Stufe (in der Ableitung eine helle Doppellinie) erscheinen, wie in Abbildung 5.9 zu sehen ist. Am Übergang zwischen den Zuständen (3,0) und (2,1) gibt es einen Bereich, in dem die mittlere Ladung der beiden Quantenpunkte je einem halben Elektron entspricht, also $(2\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Eine mögliche Erklärung für diesen Bereich (der in der Literatur nur sehr selten beachtet und dort auch nicht eindeutig erklärt wird [127]) ist folgende: Breitbandiges Rauschen regt Elektronen zu Tunnelprozessen zwischen zwei gekoppelten Quantenpunkten an. Dieser Effekt, als Photonen assistiertes Tunneln (PAT) bekannt, kann auch durch gezieltes Einstrahlen eines monofrequenten Hochfrequenzsignals ausgelöst werden [128, 44, 52] (siehe Abb. 5.10b)). In Abbildung 5.10a) ist das Energiediagramm eines gekoppelten Zweiniveausystems, mit der Kopplungsstärke t , skizziert, wie bereits in Kapitel 2.4.2 erläutert. Aufgetragen ist die Energie E gegen die Asymmetrie Δ . Strahlt man in ein solches System ein hochfrequentes elektromagnetisches Signal mit $E = hf > 2t$ ein, werden bei der passenden Energiedifferenz Übergänge zwischen den beiden Quantenpunkten getrieben. In Abbildung 5.10b) ist eine Messung eines solchen PAT Experiments bei verschiedenen Frequenzen gezeigt (aus [52]). Aufgetragen ist die Besetzungswahrscheinlichkeit P des linken Quantenpunkts in Abhängigkeit der Asymmetrie Δ . Unter Einfluss eines zusätz-

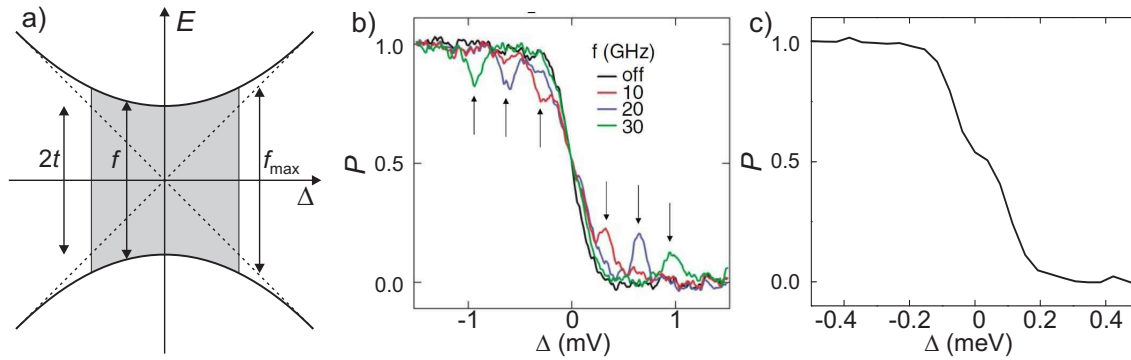


Abbildung 5.10: a) Skizze der Energieniveaus in einem Zweiniveausystem, das zwei gekoppelten Quantenpunkten entspricht. Aufgetragen ist die Energie E der einzelnen Zustände gegen die Asymmetrie Δ . Das ungekoppelte System folgt den gestrichelten Linien, durch die Tunnelkopplung $2t$ bildet sich ein vermeintliches Kreuzen. b) Besetzung des linken Quantenpunkts als Funktion der Asymmetrie Δ bei verschiedenen eingestrahlichten Frequenzen (aus [52]). c) Besetzung des linken Quantenpunkts als Funktion der Asymmetrie Δ entlang des weißen Pfeils in Abbildung 5.9 a).

lichen hochfrequenten Signals bilden sich lokale Minima beziehungsweise Maxima in P , deren Position von der Frequenz f abhängt.

Überlagern sich jedoch viele Frequenzen (wie bei einem breitbandigen Rauschsignal der Fall) werden sämtliche Übergänge bis zur maximalen Frequenz f_{\max} gleichzeitig angeregt, in Abbildung 5.10a) grau dargestellt. Das Ergebnis entspricht dann der in Abbildung 5.10c) gezeigten Messung. Bei $\Delta = 0$ bildet sich eine Stufe in der Besetzungswahrscheinlichkeit, deren Breite eine Abschätzung von f_{\max} zulässt. Die Effizienz der PAT Übergänge nimmt jedoch mit zunehmendem Δ ab, da die Zustände zunehmend lokalisiert sind und damit der Überlapp der Wellenfunktionen abnimmt. Daher lässt sich auch mit dieser Methode nur eine untere Grenze für f_{\max} bestimmen. In diesem Fall liegt die Aufspaltung der Doppellinie aus 5.9b) bei $2\Delta \simeq 180 \mu\text{eV}$, daraus folgt $f_{\max} \geq 22 \text{ GHz}$. Das entspricht in etwa der Bandbreite der verwendeten Hochfrequenzkabel und lässt darauf schließen, dass thermisch induziertes Rauschen in diesem Fall einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss hat (siehe auch Kapitel 4.4).

5.2 Rückkopplungen des Ladungsdetektors

In diesem Abschnitt werden, anhand von Experimenten, Rückkopplungen eines QPC Ladungsdetektors auf das zu untersuchende Quantenpunktsystem diskutiert und unter welchen Umständen man diese Rückkopplungen detektieren kann. Dabei wird zunächst das Phänomen des Telegraphenrauschens erläutert, das durch einen QPC ausgelöst werden kann und ein möglicher Indikator für Rückkopplungen ist. In einem Spektroskopieexperiment wird dann Energieaustausch zwischen QPC und Doppelquantenpunkt über akustische Phononen und über Coulomb-Wechselwirkung untersucht.

5.2.1 Telegraphenrauschen

In Halbleiterheterostrukturen treten, je nach Qualität des verwendeten Materials, im 2DES teilweise Umladungen auf, die sich in der Messung als Sprünge zwischen diskreten Energieniveaus äußern können. Am einfachsten lassen sich solche Umladungen, die auch Telegraphenrauschen genannt werden, mit QPCs messen, indem man I_{QPC} als Funktion der Zeit misst. Zu den Ursachen solcher Umladungen und wie man diese vermeiden kann, gibt es eine Reihe von Publikationen [129, 130, 131, 132].

Abkühlen mit positiver Vorspannung

Eine sehr einfache und wirkungsvolle Technik zur Unterdrückung von Umladungen, die ursprünglich von der Gruppe um C. Marcus entwickelt wurde, ist das Abkühlen der Probe mit einer positiven Gatterspannung. Dadurch wird die Ionisierung der Donatorschicht während des Abkühlens modifiziert. Diese Modifikation bleibt nach dem Entfernen der positiven Gatterspannung bei tiefen Temperaturen erhalten und führt zu einer zusätzlichen Erhöhung der Schottkybarriere zwischen den Gattern und dem Halbleiterkristall. Die erhöhte Barriere reduziert Tunnelprozesse zwischen den Gattern und dem 2DES, die Umladungen auslösen können [131].

Bei den meisten Messungen in dieser Arbeit wurde diese Technik ebenfalls angewendet und mit einer Spannung von $V_G = 242 \text{ mV}$ an den Gattern abgekühlt. Setzt man die Gatterspannung anschließend auf $V_G = 0$, verhält sich die Probe so, als ob eine Spannung von $V_G = -242 \text{ mV}$ anliegt, was die negative Spannung, die zum Verarmen der Probe nötig ist, reduziert. In Extremfällen ist der Bereich unter dem Gatter bei $V_G = 0$ bereits verarmt und die Tunnelbarriere muss durch anlegen einer positiven Gatterspannung geöffnet werden.

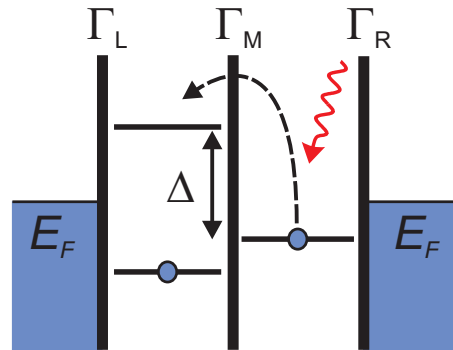


Abbildung 5.11: Skizze der Energieniveaus in einem Doppelquantenpunkt. Die Zuleitungen liegen auf der Energie des Fermi-niveaus E_F . Im Grundzustand sind beide Quantenpunkte mit je einem Elektron beladen. Wird unter Absorption eines Energiequants (mit einem roten Pfeil angedeutet) ein Elektron vom rechten in den linken Quantenpunkt umgeladen, ist die relevante Energie die Differenz Δ zwischen den beteiligten Energieniveaus. Die Übergangsraten sind mit Γ beschrieben.

Induziertes Telegraphenrauschen

Neben den bereits erwähnten Tunnelprozessen zwischen Gattern und 2DES, können Umladungen innerhalb des 2DES auch thermisch aktiviert werden oder die nötige Energie wird durch externes Rauschen zur Verfügung gestellt. Da bei mesoskopischen Transportexperimenten immer ein Strom durch das 2DES geschickt wird, ist auch der Energietransfer innerhalb des 2DES von fundamentaler Bedeutung. Um solche Prozesse näher zu untersuchen, kann man einen Quantenpunkt oder Doppelquantenpunkt als Detektor für Energiequants im 2DES verwenden und damit spektroskopische Informationen sammeln. Dieser Vorschlag stammt von R. Aguado und L. Kouwenhoven aus dem Jahr 2000 und fand seitdem in einigen Experimenten Anwendung [65, 67, 68]. Dabei wird entweder der Strom durch das Quantenpunktsystem betrachtet oder der Beladungszustand mittels Ladungsdetektor bestimmen. Das Grundprinzip, das auch in Kapitel 2.6 diskutiert wird, ist stets das gleiche, kann jedoch je nach Experiment leicht variiert werden.

In Abbildung 5.11 ist die Idee skizziert. Ein Doppelquantenpunkt kann als voll kontrollierbares Zweiniveausystem betrachtet werden, das Energie aus der Umgebung absorbieren kann. Wird ein Energiequant wie ein Photon oder Phonon im rechten Quantenpunkt absorbiert, kann ein Elektron in den linken Quantenpunkt tunneln, wenn die zur Verfügung gestellte Energie ausreicht, um das nächste freie Niveau zu besetzen. Die Energiedifferenz Δ zwischen den beteiligten Energieniveaus im linken und rechten Quantenpunkt dient dabei als Messgröße für die absorbierte Energie. Je nach Verhältnis der Übergangsraten zu den Zuleitungen

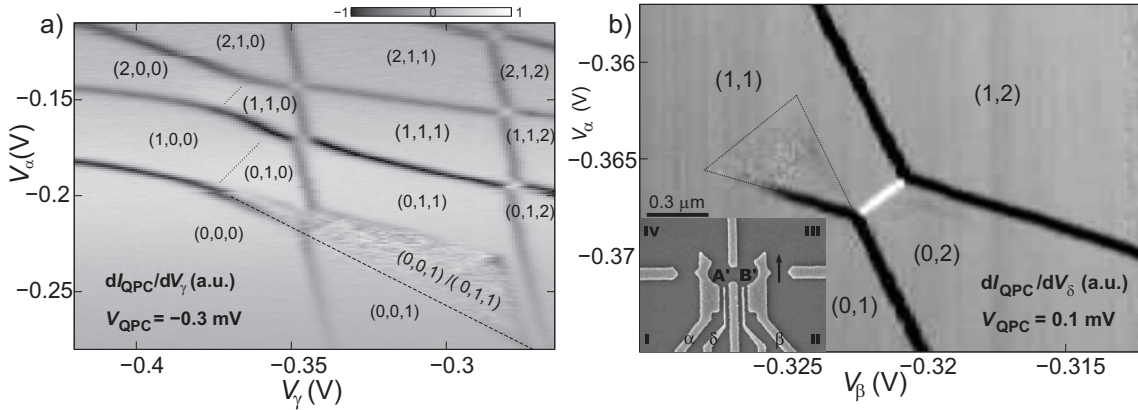


Abbildung 5.12: Telegraphenrauschen im Ladediagramm eines Doppel- und Dreifachquantenpunktes. Das Rauschen wird jeweils in Bereichen sichtbar, in denen die Raten für Entladung und wieder Befüllen klein sind [9, 121].

Γ_L und Γ_R sowie der Übergangsrate zwischen den Quantenpunkten Γ_M kann das Elektron in den rechten Quantenpunkt relaxieren oder nach links zur Zuleitung³. Der rechte Quantenpunkt wird in letzterem Fall mit großer Wahrscheinlichkeit von der rechten Zuleitung aus wieder gefüllt. Durch die Energieabsorption fluktuiert die Ladung im rechten Quantenpunkt und im Signale eines QPC Detektors wird ein ebenfalls fluktuierendes Signal erzeugt, das einem Telegraphenrauschen ähnelt.

Telegraphenrauschen im Ladediagramm

Telegraphenrauschen wurde bereits von Daniel Schröer im Ladediagramm eines Dreifachquantenpunktes beobachtet, die Ursache konnte damals jedoch nicht eindeutig geklärt werden [9]. Das beobachtete Rauschen war auf einen klar abgegrenzten Bereich im Ladediagramm beschränkt, wie in Abbildung 5.12a) gezeigt. In diesem Bereich fluktuierte die Ladung im mittleren Quantenpunkt zwischen den Zuständen $(0,0,1)$ und $(0,1,1)$. Oberhalb des Dreiecks (am Übergang zwischen $(0,0,1)/(0,1,1)$ und $(0,1,1)$) ist das Befüllen des mittleren Quantenpunkts sequentiell und ohne Energieaufwand über den linken Quantenpunkt möglich und damit sehr schnell. Rechts vom Dreieck ist dies über den rechten Quantenpunkt möglich. Nach unten ist der Bereich des Telegraphenrauschens durch den Übergang zur Konfiguration $(0,0,1)$ begrenzt, in der der mittlere Quantenpunkt energetisch oberhalb der Fermienergie liegt. Aufgrund der geringen Messbandbreite in diesem Experiment können sehr schnelle Umladungen jedoch nicht detektiert werden. Vergleichbare Messungen, die von Michel Pioro-Ladrière in der

³In die Übergangsrate geht neben der Tunnelrate auch die Relaxationsrate mit ein, die unter anderem von den freien Zuständen und der Temperatur abhängt

Gruppe von A. Sachrajda an einem Doppelquantenpunkt aufgenommen wurden (siehe Abbildung 5.12b)), zeigen ein sehr ähnliches Verhalten, und regten weitere Experimente zur Ursache des Telegraphenrauschens an. Daniela Taubert führte schließlich im Rahmen ihrer Diplomarbeit gezielt Messungen in Abhängigkeit der Detektorspannung V_{QPC} durch, um die Rolle des QPC Ladungsdetektors aufzuklären [95]. Zusammen mit den Messungen von Daniel Schröer und Michel Pioro-Ladrière wurden die Ergebnisse später in *Physical Review Letters* veröffentlicht [121]. In dieser Arbeit konnte der QPC eindeutig als Energiequelle für induziertes Telegraphenrauschen identifiziert werden, es wurde jedoch keine Aussage über den Mechanismus des Energieaustausches gemacht.

Frequenz der Umladungen

Die in [121] durchgeführten Experimente beruhten alle auf dem *Lock-In* Prinzip, das in Kapitel 4.5.2 beschrieben wird, bei dem eine Gatterspannung moduliert wird. In Folge dessen können nur Umladungen (und damit auch Telegraphenrauschen) detektiert werden, die mindestens so schnell sind wie die verwendete *Lock-In* Frequenz. Langsamere Umladungen können der Modulation nicht folgen und werden daher im *Lock-In* Signal herausgefiltert. Dieser Umstand kann gezielt ausgenutzt werden, um die Raten zu messen mit denen Umladungen auftreten. Abbildung 5.13 zeigt eine Messreihe an einem Dreifachquantenpunkt, bei der die *Lock-In* Frequenz f_L sowie die Detektor Spannung V_{QPC} variiert wurden. In Abbildung 5.13a) ist ein ähnliches Phänomen wie in der Messung aus Abbildung 5.12a) zu erkennen. Die Ladelinie in der Bildmitte weist Telegraphenrauschen auf, das bei $f_L = 21 \text{ Hz}$ noch klar aufgelöst werden kann (die QPC Spannung beträgt hier $V_{\text{QPC}} = -0.5 \text{ mV}$). Erhöht man die Frequenz auf $f_L = 177 \text{ Hz}$, wie in Abbildung 5.13b) gezeigt, können die Umladungen der Modulation nicht mehr folgen und sind somit nicht mehr sichtbar. Aus dieser und weiteren (hier nicht gezeigten) Messungen lässt sich die Rate für die Beladung des mittleren Quantenpunkts B auf $21 \text{ Hz} < \Gamma_B < 77 \text{ Hz}$ abschätzen.

In Abbildung 5.13c) ist die Spannung am QPC Detektor auf $V_{\text{QPC}} = -1.1 \text{ mV}$ erhöht, während $f_L = 21 \text{ Hz}$ ist. Die Ladelinien weisen hier aufgrund von zusätzlichen Ladungsübergängen eine deutliche Substruktur in Form von hellen und dunklen Streifen auf. Die Messung in Abbildung 5.13d) mit $V_{\text{QPC}} = -1.1 \text{ mV}$ und $f_L = 177 \text{ Hz}$ unterscheidet sich vom Ergebnis her kaum von Abbildung 5.13c). Durch das Anheben der Detektorspannung auf $V_{\text{QPC}} = -1.1 \text{ mV}$ wurde die Rate zur Beladung von Quantenpunkt B auf $\Gamma_B > 177 \text{ Hz}$ erhöht. Aus diesem Experiment geht ebenfalls eindeutig hervor, dass der QPC als Energiequelle dient und Umladungen im Quantenpunktsystem nicht nur detektieren sondern auch auslösen kann.

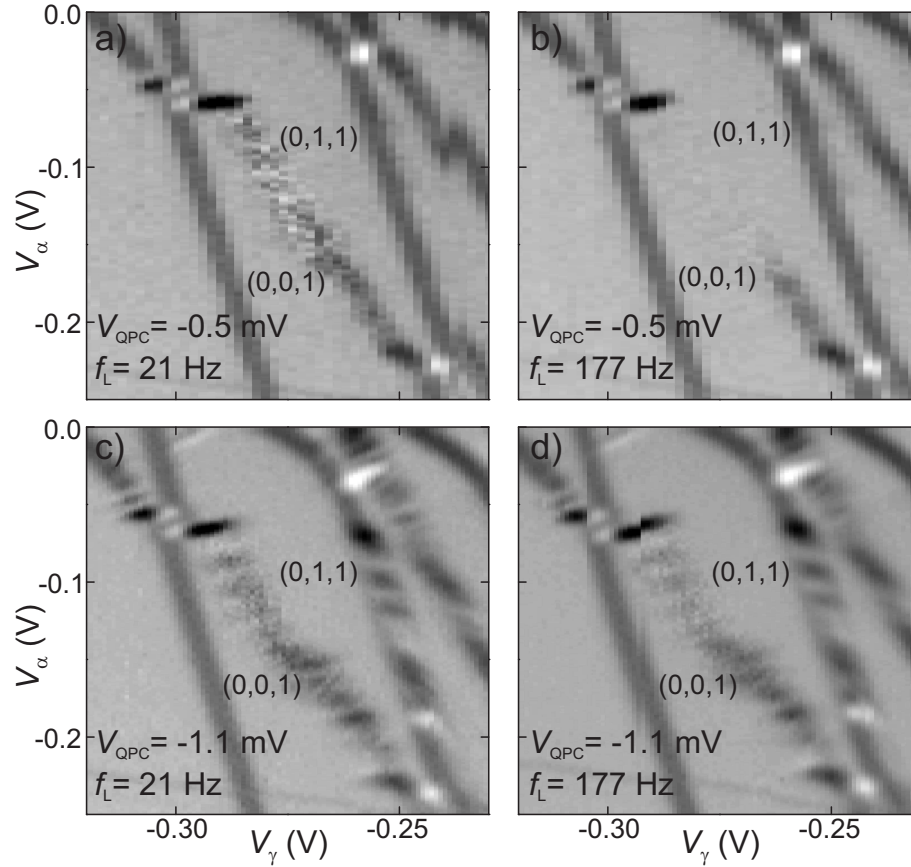


Abbildung 5.13: Ausschnitt aus dem Ladediagramm eines Dreifachquantenpunkts. Aufgetragen ist der mittels *Lock-In* gemessene differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\alpha$ in Graustufen also Funktion der Gatterspannungen V_α und V_β . Die QPC Spannung V_{QPC} und *Lock-In* Frequenz f_L wurden jeweils variiert.

5.2.2 Phononen versus Photonen

Bei den bis jetzt diskutierten Messungen zu Rückkopplungen des QPC Detektors wurden die Ladediagramme jeweils mit einem *Lock-In* aufgenommen und waren daher frequenzselektiv, das heißt alle Umladungen mit $\Gamma < f_L$ werden nicht detektiert. Verzichtet man auf eine *Lock-In* Modulation und verwendet den QPC zur reinen DC-Messung, fällt diese Frequenzabhängigkeit weg. Das DC-Signal des QPCs spiegelt (bei ausreichend langer Integrationszeit) vielmehr die mittlere Besetzung eines Zustandes wieder. Im folgenden Abschnitt wird dieses DC QPC Signal verwendet, um eine systematische Untersuchung der Rückkopplungen des QPCs durchzuführen. Der differentieller Leitwert wird gegebenenfalls durch numerisches Ableiten berechnet.

In den Messungen wird sowohl die Leistungs- als auch die Energieabhängigkeit untersucht. Kontrollmessungen mit einem zweiten QPC werden ebenfalls durchgeführt. Die gefundene Wechselwirkung ist hauptsächlich indirekt, das heißt es sind Streuprozesse in den Zuleitungen des QPCs involviert. Der Energieaustausch wird teilweise über akustische Phononen und teilweise über Coulomb-Wechselwirkung vermittelt. Die Resultate wurden in *Physical Review Letters* veröffentlicht [133].

Die für die folgenden Messungen verwendete Probe ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Für die Experimente wurde ein Doppelquantenpunkt, bestehend aus Quantenpunkt B und C, definiert, die Gatter b_1 und α waren dabei geerdet. In allen Messungen, es sei denn es ist ausdrücklich erwähnt, wurde QPC3 als Detektor verwendet.

Kopplung an die Zuleitungen

Um Rückkopplungen des QPCs im Ladediagramm abbilden zu können, sind die relativen Übergangsraten im Quantenpunktsystem entscheidend. Befindet sich das System bei tiefen Temperaturen im thermischen Gleichgewicht, wird sich stets der energetisch günstigste Zustand, der Grundzustand, einstellen. In Anwesenheit einer Energiequelle, wie zum Beispiel eines getriebenen QPCs, kann sich ein Nichtgleichgewichtszustand ergeben, der besonders stark besetzt wird, wenn die Kopplung an die Zuleitungen asymmetrisch ist.

In Abbildung 5.14 ist der Vergleich zwischen einem eher symmetrisch (Abb. 5.14a)) und einem stark asymmetrisch (Abb. 5.14b)) an die Zuleitungen gekoppelten Doppelquantenpunkt gezeigt. Die Einstellungen des QPC Detektors sind mit einer Spannung von $V_{QPC} = -0.8\text{mV}$ und einer im QPC dissipierten Leistung von $P_{QPC} = V_{QPC} \times I_{QPC} \simeq 12\text{pW}$ in beiden Messungen gleich. Der einzige Unterschied besteht in den Gatterspannungen V_{t1} und V_{b2} . In Abbildung 5.14b) ist die Barriere b_2 beinahe geschlossen und die resultierende Tunnelrate Γ_R zur rechten

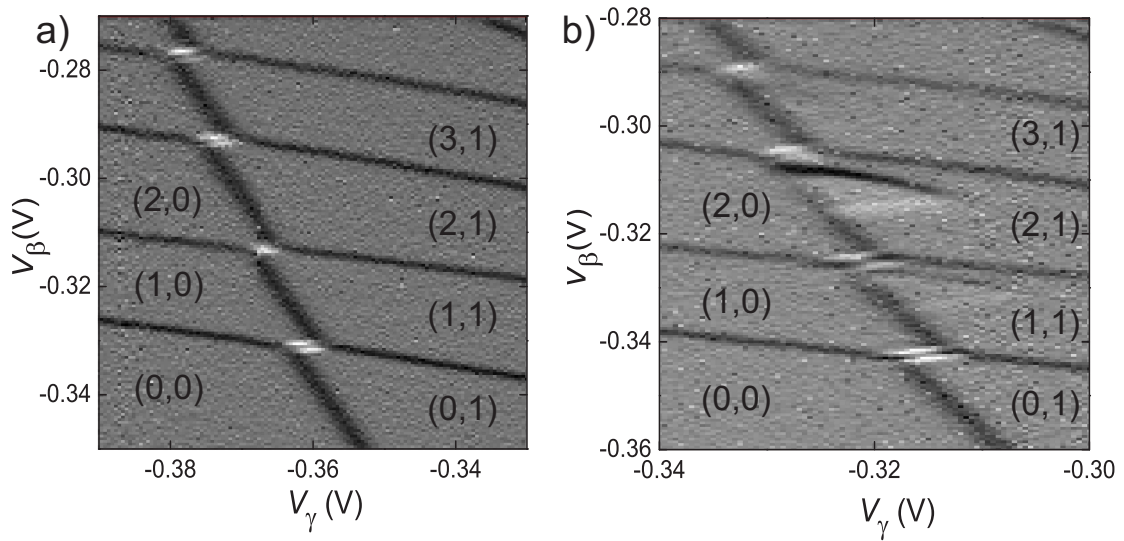


Abbildung 5.14: Differentieller Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\beta$ als Funktion der Gatterspannungen V_β und V_γ . Der QPC ist in beiden Fällen auf $V_{\text{QPC}} = -0.8 \text{ mV}$ und $P_{\text{QPC}} \simeq 12 \text{ pW}$ eingestellt. a) Die Kopplung an die Zuleitungen ist eher symmetrisch ($V_{t1} = -265 \text{ mV}$, $V_{b2} = -330 \text{ mV}$). Es sind keine Anzeichen für Rückkopplungen des QPCs erkennbar. b) Die Kopplung an die Zuleitungen ist sehr asymmetrisch ($V_{t1} = -245 \text{ mV}$, $V_{b2} = -350 \text{ mV}$). In dieser Konfiguration sind dreieckige Bereiche zu sehen, die durch die vom QPC emittierte Energie im Nichtgleichgewicht sind.

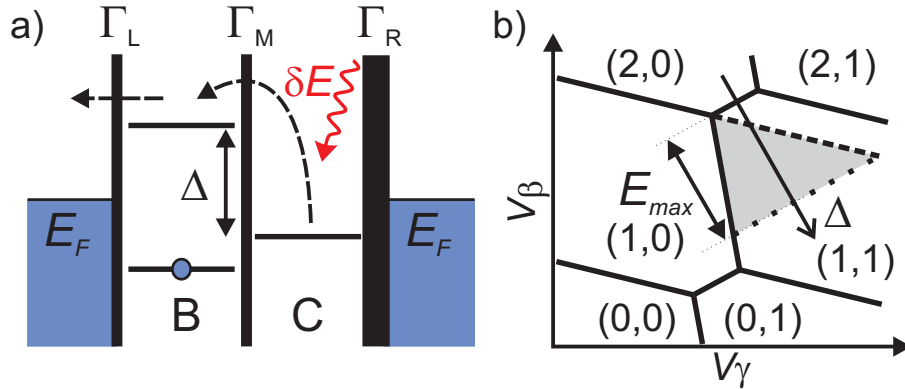


Abbildung 5.15: a) Skizze der Übergänge in einem Doppelquantenpunkt, die zu einer Entleerung des rechten Quantenpunkts führen. Siehe Haupttext für Details. b) Schematische Darstellung des Ladediagramms eines Doppelquantenpunkts bei gleichzeitiger Absorption von Energie. Sind alle Voraussetzungen erfüllt (siehe Haupttext) kann im grau markierten Bereich eine Abweichung vom Grundzustand $(1,1)$ erreicht werden.

Zuleitung ist im Bereich von einigen Kilohertz und damit vergleichsweise klein⁴. Die Raten Γ_M und Γ_L sind dagegen fünf Größenordnungen höher, woraus sich eine starke Asymmetrie in der Kopplung ergibt⁵. In dieser asymmetrischen Konfiguration werden, aufgrund der vom QPC emittierten Energie, im Ladediagramm dreieckige Bereiche sichtbar, die einer Elektronenkonfiguration im Nichtgleichgewicht entsprechen.

Bereiche in denen Rückkopplungen im Ladediagramm beobachtet werden

Obwohl Energieaustausch zwischen QPC und Quantenpunkten während der gesamten Messung stattfindet, können die Auswirkungen dieser Wechselwirkung nur in abgegrenzten Bereichen des Ladediagramms sichtbar gemacht werden (siehe auch Abb. 5.12). Hier wird am konkreten Fall eines Doppelquantenpunkts die Form und Größe dieser Bereiche erklärt.

In Abbildung 5.15a) sind die Prozesse skizziert, die notwendig sind, um eine vom Grundzustand $(1,1)$ abweichende Besetzung zu erreichen. Wird im rechten Quantenpunkt ein Energiequant absorbiert, kann bei ausreichender Energie δE die Differenz Δ überwunden werden und ein Elektron kann vom rechten in den linken Quantenpunkt tunneln. Um den linken Quantenpunkt zu erreichen, muss die Übergangsrate Γ_M größer als die Relaxationsrate sein, damit das Elektron nicht unter Emission eines Photons oder Phonons in den Grundzustand zurück relaxiert. Ist das Elektron in den linken Quantenpunkt getunnelt, wird es

⁴Die Tunnelraten Γ_R wurde durch eine frequenzabhängige *Lock-In* Messung ermittelt.

⁵Die Raten Γ_M und Γ_L wurde durch gepulste Messungen abgeschätzt. Siehe Kapitel 5.3

diesen mit großer Wahrscheinlichkeit in die linke Zuleitung verlassen, da das Tunneln in die Zuleitung aufgrund der vielen freien Zustände, keine Emission eines Phonons oder Photons erfordert, sondern ohne Abgabe von Energie erfolgen kann. Der Relaxationsprozess zurück in den rechten Quantenpunkt ist jedoch nur unter Abgabe von Energie möglich und damit langsamer.

Sobald das System sich im Zustand $(1,0)$ befindet, ist das Wiederbefüllen des Zustandes $(1,1)$ sehr langsam, da sich der linke Quantenpunkt in Coulomb Blockade befindet und die Tunnelbarriere zur rechten Zuleitung fast geschlossen ist. Ist nun zusätzlich die Rate, mit der Energie aus der Umgebung absorbiert wird, vergleichbar oder größer der Rate, mit der der Grundzustand wieder besetzt wird, kann man Rückkopplungen des QPCs im Ladediagramm beobachten.

In Abbildung 5.15b) ist der Bereich im Ladediagramm, in dem man eine Abweichung vom Grundzustand $(1,1)$ messen kann, grau unterlegt. Hier ist eine Besetzung der Konfiguration $(1,0)$ möglich.

Die Größe dieses Dreiecks wird nach unten (gepunktete Linie) durch die maximale Energie E_{\max} , die in dem System absorbiert wird, begrenzt. Entlang der mit Δ markierten Achse kann die Größe des Dreiecks direkt in eine Energiedifferenz umgerechnet werden, wenn man den Konversionsfaktor kennt (siehe Kapitel 5.1.2).

Oberhalb der gestrichelten Linie in Abbildung 5.15b) wird das Dreieck begrenzt, weil der linke Quantenpunkt sich hier nicht mehr in Coulomb Blockade befindet, sobald ein Elektron den Doppelquantenpunkt verlassen hat. Dadurch verschiebt sich das nächste unbesetzte Energieniveau des linken Quantenpunkts unter die Fermieenergie und eine sequentielle Befüllung des rechten Quantenpunkts wird ohne Energieaufwand möglich. Diese Befüllung ist sehr schnell und verletzt damit die Bedingungen, die nötig sind, um eine Nichtgleichgewichtsbesetzung zu beobachten.

Spannungs- und Leistungsabhängigkeit

Die maximale Energie die von einem QPC *emittiert* werden kann beträgt $E = |eV_{\text{QPC}}|$ wie in Kapitel 2.6 bereits diskutiert. Die maximale *absorbierte* Energie E_{\max} kann aus der Größe des in Abbildung 5.15b) beschriebenen Dreiecks bestimmt werden, in dem man Ladediagramme auswertet. In den Messungen in Abbildung 5.16 ist E_{\max} in Abhängigkeit von V_{QPC} und der Leistung $P_{\text{QPC}} = V_{\text{QPC}}I_{\text{QPC}}$ untersucht worden. Abbildung 5.16a) und b) zeigen exemplarisch die Abhängigkeit der QPC Rückkopplungen von der angelegten Spannung V_{QPC} bei vergleichbarer Leistung P_{QPC} . Wie man erkennt, wächst E_{\max} mit V_{QPC} , was den QPC eindeutig als Energiequelle identifiziert. In Abbildung 5.16c) ist E_{\max} als Funktion von $|V_{\text{QPC}}|$ und P_{QPC} aufgetragen. Jeder Punkt entspricht dabei der Größe eines Dreiecks. Die gekrümmte Fläche, die an die Messpunkte angepasst wurde, dient nur zur Veranschaulichung des Verlaufs.

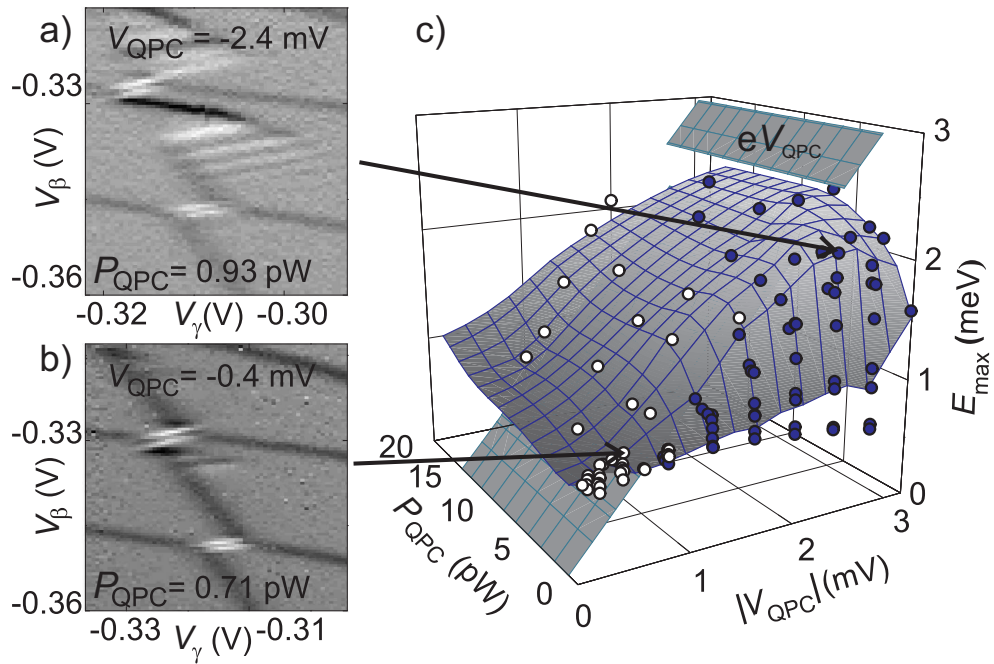


Abbildung 5.16: a), b) Transleitwert $dI_{\text{QPC}}/dV_{\beta}$ in Graustufen als Funktion von V_{β} und V_{γ} . c) Ausgewertete Maxima der absorbierten Energie E_{max} in Abhängigkeit von $|V_{\text{QPC}}|$ und P_{QPC} . Die Pfeile zeigen an wo die in a) und b) ermittelten Werte für E_{max} liegen. Siehe Haupttext für weitere Details.

Die Ebene in Abbildung 5.16c), die diese Messpunkte schneidet, ist durch $E_{\max} = |eV_{\text{QPC}}|$ gegeben. Bei einem direkten Energieübertrag, der ohne Streuprozesse abläuft, wäre dies gerade die erwartete Energie E_{\max} . In einigen Experimenten, in denen Schrotrauschen von QPCs untersucht wurde (siehe auch Kapitel 2.6.2), konnte dieser Zusammenhang für direkte Coulomb-Wechselwirkung bestätigt werden [68, 134, 66, 81, 82]. Da es sich dabei um ein fluktuierendes elektromagnetisches Signal handelt, wurde in diesen Publikationen oft von Absorption von Photonen gesprochen.

In Abbildung 5.16c) liegen die weißen offenen Messpunkte über der Ebene mit $E_{\max} = |eV_{\text{QPC}}|$, während die blauen geschlossenen Punkte unterhalb dieser Ebene liegen. Die offensichtliche Abweichung von $E_{\max} = |eV_{\text{QPC}}|$ lässt darauf schließen, dass direkte Wechselwirkungen nicht der dominierende Prozess in diesen Messungen ist. Bei hohen Spannungen V_{QPC} liegen die gemessenen Werte für E_{\max} unter der Ebene mit $E_{\max} = |eV_{\text{QPC}}|$, was bedeutet, dass durch Streuprozesse in den Zuleitungen des QPCs und des angrenzenden Quantenpunkts, die maximale Energie herabgesetzt wird. Dies ist in Übereinstimmung mit den in Kapitel 2.6.3 gemachten Überlegungen zur Elektronenstreuung.

Auch bei sehr kleinen Leistungen $P_{\text{QPC}} < 0.5 \text{ pW}$ ist $E_{\max} < |eV_{\text{QPC}}|$. Dies deutet ebenfalls darauf hin, dass das Spektrum der emittierten Energie durch Streuprozesse verändert wird, und hohe Energien zu niedrigeren umverteilt werden. Bei einer direkten Wechselwirkung würde für kleinere Leistung das Dreieck als ganzes verschwinden, da die Rate für das Absorbieren von Energie zu klein wird, jedoch nicht schrumpfen.

Die Abweichungen bei kleinen Spannungen bei denen $E_{\max} > |eV_{\text{QPC}}|$ ist, und insbesondere die untere Grenze von $E_{\max} \simeq 0.6 \text{ meV}$, lässt sich jedoch nicht allein mit indirekten Prozessen erklären. Hier wird vielmehr deutlich, dass der Doppelquantenpunkt ein sehr empfindlicher Rauschdetektor ist. Die wahrscheinlichste Erklärung für die untere Grenze von $E_{\max} \simeq 0.6 \text{ meV}$, ist externes Rauschen im System. Zum Zeitpunkt der Messung waren die SD-Kabel nicht gefiltert (weder bei Raumtemperatur noch bei tiefen Temperaturen) und auch die HF-Verkabelung nicht mit Dämpfungsgliedern ausgestattet (siehe Kapitel 4.3 und 4.4).

Spektroskopie

Um den genauen Mechanismus des indirekten Energieübertrags aufzuklären, sind quantitative Auswertungen der Messungen hilfreich, bei denen nicht nur E_{\max} bestimmt wird, sondern auch die mittlere Besetzung im Doppelquantenpunkt energieabhängig dargestellt wird. Die Abbildungen 5.17a) und b) zeigen Ausschnitte aus Ladediagrammen, in denen die Änderung des Stromes δI_{QPC} in Graustufen dargestellt ist (siehe auch Kapitel 5.1.4). In Abbildungen 5.17a) beträgt $V_{\text{QPC}} = -0.8 \text{ mV}$ und $P_{\text{QPC}} = 2.5 \text{ pW}$. Abbildungen 5.17b) zeigt ebenfalls

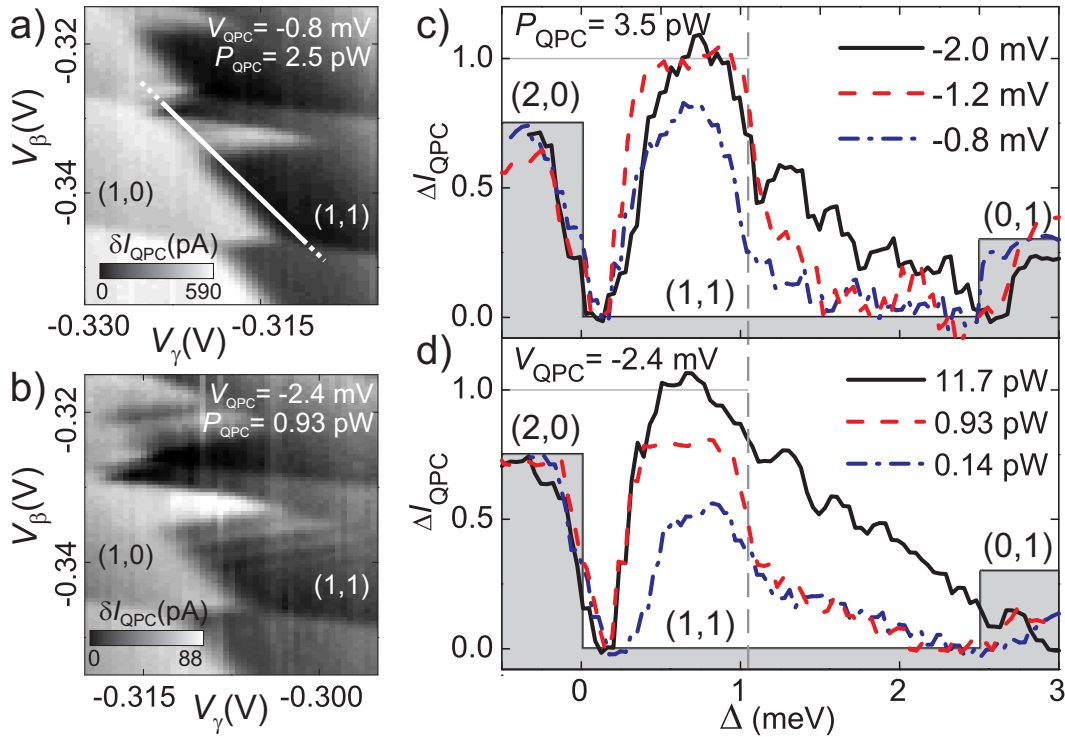


Abbildung 5.17: a), b) δI_{QPC} in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ . c), d) Die normalisierte Stromänderung ΔI_{QPC} ist, entlang der weißen Linie in a), als Funktion von Δ für verschiedene Werte von V_{QPC} und P_{QPC} aufgetragen. In c) ist die Leistung $P_{\text{QPC}} = 3.5 \text{ pW}$ konstant und V_{QPC} wird variiert. In d) wird P_{QPC} bei konstantem $V_{\text{QPC}} = -2.4 \text{ mV}$ variiert. Die Werte von ΔI_{QPC} , die der Besetzungen im Grundzustand entsprechen, sind grau unterlegt.

δI_{QPC} , wobei hier die selbe Messung wie in Abbildung 5.16a) in einer anderen Darstellung zu sehen ist. Hier beträgt $V_{\text{QPC}} = -2.4 \text{ mV}$ und $P_{\text{QPC}} = 0.93 \text{ pW}$. Die Rückkopplungen des QPCs sind hier als dreieckige Bereiche erhöhten Stromes (in den Abbildungen weiß dargestellt) zu erkennen. In Abbildung 5.17c) und d) sind Schnitte durch solche Messungen gezeigt, die entlang der weißen Linie in Abbildung 5.17a) verlaufen. Dabei wurde die Gatterspannung entlang des Schnittes in die Asymmetrieenergie Δ umgerechnet und δI_{QPC} in einen normierten Wert ΔI_{QPC} , so dass $\Delta I_{\text{QPC}}(1,1) = 0$ ist und $\Delta I_{\text{QPC}}(1,0) = 1$. ΔI_{QPC} entspricht somit der Besetzungszahldifferenz zwischen $(1,1)$ und $(1,0)$. Der erwartete Verlauf für die Besetzung im Grundzustand ist grau unterlegt und geht von $(2,0)$ ($\Delta < 0 \text{ meV}$) über $(1,1)$ ($0 \text{ meV} < \Delta < 2.5 \text{ meV}$) nach $(0,1)$ ($\Delta > 2.5 \text{ meV}$). Abbildung 5.17c) zeigt in drei Messkurven die Spannungsabhängigkeit bei konstanter Leistung $P_{\text{QPC}} = 3.5 \text{ pW}$, während Abbildung 5.17d) die Leistungsabhängigkeit bei konstanter Spannung $V_{\text{QPC}} = -2.4 \text{ mV}$ zeigt. Im Bereich $(1,1)$ gibt es erhebliche Abweichungen von der Grundzustandsbesetzung, die durch die Rückkopplungen des QPCs ausgelöst werden. Mit steigendem V_{QPC} und P_{QPC} nehmen die Abweichungen tendenziell zu, bis hin zur vollständigen Besetzung des Zustandes $(1,0)$ was $\Delta I_{\text{QPC}} = 1$ entspricht.

Bei $\Delta \simeq 1.1 \text{ meV}$ (gestrichelte vertikale Linie in Abb. 5.17c)) fällt die Besetzung in allen Messungen jedoch plötzlich ab, und für $\Delta > 1.1 \text{ meV}$ ist $\Delta I_{\text{QPC}} < 1$ auch für große V_{QPC} und P_{QPC} . Das Absorptionsspektrum lässt sich also in zwei Bereiche aufteilen. Für $\Delta < 1.1 \text{ meV}$ gibt es einen Abschnitt, der keine Substruktur aufweist und für hohe V_{QPC} und P_{QPC} gegen $\Delta I_{\text{QPC}} = 1$ strebt.

Im Bereich $\Delta > 1.1 \text{ meV}$ fällt ΔI_{QPC} deutlich ab, zeigt jedoch eine klare Substruktur in Form von Linien mit erhöhtem differentiellen Leitwert, die parallel zur Ladungsrekongurationslinie verlaufen (siehe Abbildung 5.16a)). Der Verlauf der Linien entspricht einer konstanten Energiedifferenz Δ zwischen den Zuständen $(2,0)$ und $(1,1)$. Diese Linien bilden das quantenmechanische Anregungsspektrum des rechten Quantenpunkts ab (siehe Kapitel 2.3.3). Wird ein Elektron in einen angeregten Zustand $(1,1^*)$ gehoben, der sich in Resonanz mit dem Grundzustand von $(2,0)$ befindet, ist die Tunnelwahrscheinlichkeit erhöht, was zu einer größeren Besetzungswahrscheinlichkeit von $(2,0)$ und schließlich $(1,0)$ führt. Dadurch ergibt sich ein entlang Δ alternierender Wert für ΔI_{QPC} . Der Abstand zwischen den Linien nimmt dabei mit steigendem Δ monoton von $310 \mu\text{eV}$ bis $230 \mu\text{eV}$ ab, was auf ein Einschlusspotential hindeutet, das flacher als ein harmonisches ist. Interessanterweise ist für $\Delta < 1.1 \text{ meV}$ nur im Fall kleiner V_{QPC} und P_{QPC} eine Substruktur zu erkennen, wie zum Beispiel in Abbildung 5.16b). Für größere V_{QPC} und P_{QPC} wird diese zunehmend vom generell ansteigenden ΔI_{QPC} überdeckt, selbst wenn ΔI_{QPC} noch nicht in Sättigung ($\Delta I_{\text{QPC}} = 1$) ist.

Der scharfe Abfall von ΔI_{QPC} bei $\Delta \simeq 1.1 \text{ meV}$ lässt sich folgendermaßen erklären. Georg Schinner hat in [87] gezeigt, dass Phononen in mesoskopischen Systemen eine wichtige Rolle beim Vermitteln von Wechselwirkungen spielen, wie

auch in Kapitel 2.6.4 diskutiert. Durch Energie- und Impulserhaltung ist, unter Berücksichtigung der Dispersionsrelationen von Elektronen und akustischen Phononen, die maximale Energie, die bei einem Streuprozess von einem Elektron an ein akustisches Phonon abgegeben werden kann, gemäß Gleichung 2.88, auf $E_{ph}^{\max} = 2\hbar k_F v_{q,\lambda}^{\max}$ begrenzt. Setzt man für die Berechnung der Fermiwellenzahl k_F die Fermieenergie des verwendeten Probenmaterials von $E_F = 10\text{ meV}$ ein, sowie die maximal Schallgeschwindigkeit von $v_{q,\lambda}^{\max} \simeq 6000\text{ ms}^{-1}$, [87] ergibt sich $E_{ph}^{\max} = 1.1\text{ meV}$. Genau bei diesem Wert fällt der Strom ΔI_{QPC} stark ab, wie in Abbildung 5.17c) und d) zu sehen ist. Daraus lässt sich schließen, dass für $\Delta \leq 1.1\text{ meV}$ der Energieübertrag vom QPC auf den Doppelquantenpunkt hauptsächlich über akustische Phononen vermittelt wird. Heiße Elektronen werden vom QPC emittiert und streuen im Bereich der Zuleitungen mit akustischen Phononen. Diese werden wiederum vom Doppelquantenpunkt absorbiert. In einigen anderen Experimenten konnten ähnliche, durch akustische Phononen ausgelöste Effekte beobachtet werden [67, 88, 91].

Messungen mit zwei Quantenpunktkontakten

Das Auftreten von Rückkopplungen, die sich in $\Delta I_{\text{QPC}} > 0$ für $\Delta > E_{ph}^{\max} = 1.1\text{ meV}$ äußern, kann nicht mit einem einzelnen Phononen Streuprozesses erklärt werden. Im Prinzip sind Prozesse möglich, bei denen mehrere Phononen absorbiert werden. Aus zusätzlichen Messungen, bei denen zwei QPCs verglichen wurden, die eine unterschiedlich starke kapazitive Kopplung an den Doppelquantenpunkt haben, lässt sich jedoch eine andere Schlussfolgerung ableiten.

In Abbildung 5.18a) ist eine Messung gezeigt, bei der QPC3 als möglichst minimalinvasiver Detektor verwendet wurde, also mit geringer Spannung $V_{\text{QPC}} = -0.1\text{ mV}$ und Leistung $P_{\text{QPC}} = 0.01\text{ pW}$ betrieben wurde, während zusätzlich QPC2 mit $V_{\text{QPC}} = -2.0\text{ mV}$ und $P_{\text{QPC}} = 72\text{ pW}$ als stark getriebener Emitter eingesetzt wurde. Anders als in Abbildung 5.17a) und b), sind hier zwei dreieckige Bereiche zu erkennen, in denen I_{QPC} erhöht ist. Das Auftreten und die Position des unteren Dreiecks lässt sich durch Absorption von Phononen im linken Quantenpunkt B erklären, wie in Abbildung 5.18c) skizziert ist. Ein Elektron in Quantenpunkt B wird energetisch angehoben und tunnelt in die linke Zuleitung, was dem Übergang $(1,1) \rightarrow (0,1)$ entspricht. Anschließend kann das Elektron aus dem rechten Quantenpunkt C in den nun energetisch niedrigeren, unbesetzten Zustand $(1,0)$ relaxieren. Die resultierende Konfiguration des angeregten Zustandes ist also, wie im vorher diskutiertem Prozess, $(1,0)$.

Zwischen den beiden Dreiecken ist $\Delta I_{\text{QPC}} = 0$, wie in Abbildung 5.18b) in Schnitten entlang Δ gezeigt ist und der Grundzustand $(1,1)$ ist besetzt. Die schwarze durchgezogene Linie wurde bei $V_{\text{QPC2}} = -2.0\text{ mV}$ und $P_{\text{QPC2}} = 20\text{ pW}$ gemessen. Bei $\Delta \simeq 1.1\text{ meV}$ fällt ΔI_{QPC} stark ab, erreicht Null und steigt dann wieder

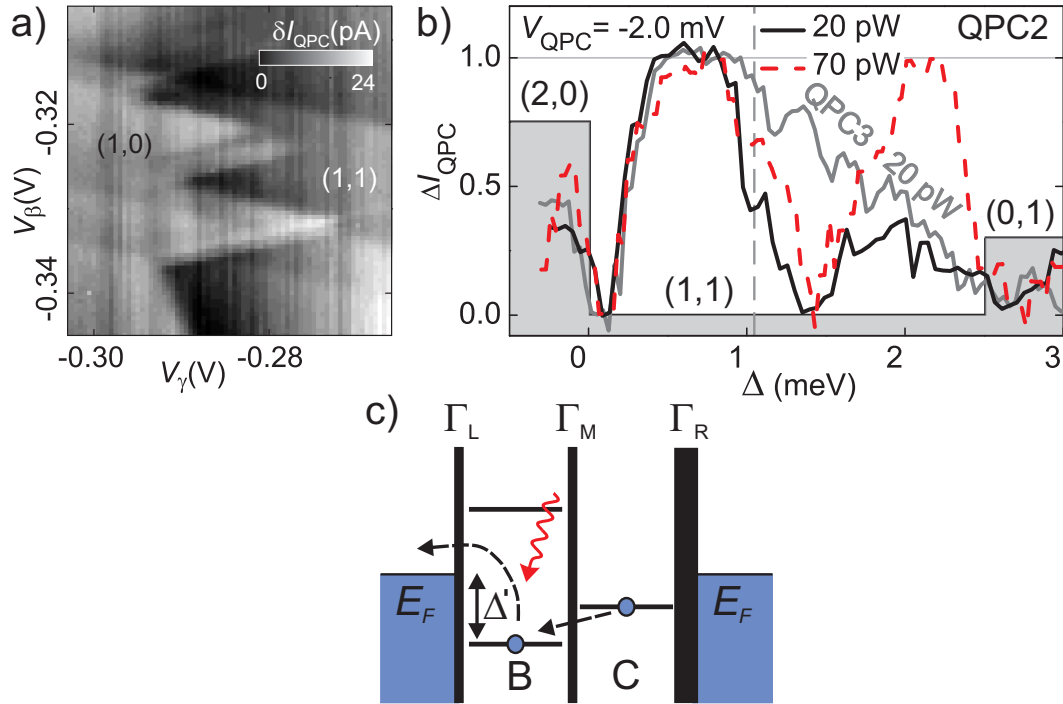


Abbildung 5.18: a) δI_{QPC} in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ . QPC3 dient mit $V_{\text{QPC}} = -0.1$ mV und $P_{\text{QPC}} = 0.01$ pW als Detektor, während QPC2 mit $V_{\text{QPC2}} = -2.0$ mV und $P_{\text{QPC2}} = 72$ pW als stark getriebener Emitter fungiert. b) Die normalisierte Stromänderung ΔI_{QPC} als Funktion von Δ für $P_{\text{QPC2}} = 20$ pW (schwarz, durchgezogen) und $P_{\text{QPC2}} = 70$ pW (rot, gestrichelt) aufgetragen. Zum Vergleich ist in grau eine Messung mit stark getriebenem QPC3 gezeigt ($P_{\text{QPC3}} = 20$ pW). c) Skizze zum Absorptionsprozess von Phononen im linken Quantenpunkt B, das zum Auftreten des unteren Dreiecks in a) führt. Siehe Haupttext für Details.

an, was dem zweiten Dreieck in Abbildung 5.18a) entspricht. Für $P_{\text{QPC2}} = 70 \text{ pW}$ verstärkt sich die Besetzung von $(1, 0)$ im Bereich dieses zweiten Dreiecks, in der roten gestrichelten Linie dargestellt, ΔI_{QPC} fällt jedoch bei $\Delta \simeq 1.1 \text{ meV}$ nach wie vor auf Null. Zum Vergleich ist in grau eine Messung gezeigt, bei der QPC3 mit $P_{\text{QPC}} = 20 \text{ pW}$ und $V_{\text{QPC}} = -2.0 \text{ mV}$ betrieben wurde.

Diesen signifikanten Unterschied im Absorptionsspektrum kann man durch den Unterschied in den Kopplungen der Quantenpunktkontakte an den Doppelquantenpunkt erklären. QPC3 hat eine starke kapazitive Kopplung an Quantenpunkt C, die man quantifizieren kann, indem man die Änderung des lokalen Potentials am Ort des QPCs bei einer Umladung in Quantenpunkt C misst. In diese Messung geht die relative Änderung von I_{QPC} bei einer Umladung im Quantenpunkt C ein, die Steigung der Abschnürkurve (entspricht der Empfindlichkeit) des QPCs am jeweiligen Arbeitspunkt, sowie der Konversionsfaktor, der die Gatterspannung mit der Energie verknüpft. Für QPC3 ergibt sich eine Änderung des lokalen Potentials von $4.9 \mu\text{eV}$ pro Elektron im Quantenpunkt C, für QPC2 entsprechend $2.75 \mu\text{eV}$ ⁶. Diese schwächere kapazitive Kopplung von QPC2 ergibt sich aus der stärkeren Abschirmung durch das Gatter β . Außerdem teilen sich QPC2 und der Doppelquantenpunkt keine gemeinsame Zuleitung.

Die Emission von Phononen ist jedoch bei beiden QPCs gleich stark, da diese nicht wesentlich durch elektrostatische Potentiale oder Abschirmeffekte beeinflusst wird.

Der effektivere Energieübertrag von QPC3 zum Doppelquantenpunkt, der im Absorptionsspektrum für $\Delta > 1.1 \text{ meV}$ sichtbar ist, lässt sich also durch die stärkere kapazitive Kopplung erklären, was auf einen Energieaustausch mittels Coulomb-Wechselwirkung schließen lässt⁷. Da der Energieaustausch, wie bereits diskutiert, indirekt ist, kann man diese Coulomb-Wechselwirkung höchstwahrscheinlich auf Elektronen Streuprozesse in den Zuleitungen zurückführen, wie in Kapitel 2.6.3 diskutiert. Dieser Mechanismus unterscheidet sich damit deutlich von direkten Prozessen, die durch Schrotrauschen oder fundamentale Heisenberg Wechselwirkung verursacht werden (siehe Kapitel 2.6). Dass in anderen Publikationen Rückkopplungen durch Schrotrauschen (oft als Photonen Absorption bezeichnet) dominieren, lässt sich durch die unterschiedliche Probengeometrie und Materialien erklären. Wird auf metallische Gatter verzichtet und werden Tunnelbarrieren durch lokale Oxidation erzeugt, ist die elektrostatische Abschirmung durch die Tunnelbarrieren wesentlich geringer. Die kapazitive Kopplung zwischen Quan-

⁶Man kann auch einen Kapazitätswert für diese Kopplung angeben, wenn man ein Netzwerk von Kapazitäten für das Gesamtsystem aus Doppelquantenpunkt und QPC annimmt wie zum Beispiel in den Referenzen [65, 72]. Darin geht jedoch auch die Kapazität der QPC Zuleitungen ein, die hier nicht bestimmt wurde.

⁷Bei sehr stark getriebenem QPC3, im Bereich $P_{\text{QPC}} > 20 \text{ pW}$, wird auch hier ein zweites Dreieck durch Phononenabsorption sichtbar, das jedoch durch den starken Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung teilweise überdeckt wird.

tenpunktsystem und QPC wird dadurch stärker, die Sensitivität des Detektors erhöht sich, aber das System ist wesentlich empfindlicher für Schrotrauschen [66]. Eine zusätzliche Entkoppelung von akustischen Phononen bei gleichzeitiger Erhöhung der kapazitiven Kopplung wurde von Gustavsson *et al.* erreicht. Durch den Einsatz eines Quantenpunkts in einem Nanodraht, der auf einem Substrat liegt, das ein 2DES sowie den QPC enthält, kann die Kontaktfläche zwischen Quantenpunkt und QPC minimiert werden. Der Austausch von akustischen Phononen ist dadurch vermutlich stark unterdrückt [81].

Phononeninterferenzen

Wie in Kapitel 2.6.4 bereits erwähnt, können bei der Absorption von Phononen Interferenzeffekte auftreten, wenn es zwei mögliche Absorptionspfade gibt, die unterschiedliche Phasen aufweisen. Erhöht man die Tunnelkopplung t_{BC} der Quantenpunkte zueinander, verändern sich die vom QPC verursachten Rückkopplungen. Die Dreiecke, die im vorigen Abschnitt beschrieben wurden, gehen in ein anderes Regime über. In Abbildung 5.19 ist eine Messreihe dargestellt, bei der die Kopplung von $2|t_{BC}| \approx 50 \mu\text{eV}$ in a) auf $2|t_{BC}| \approx 90 \mu\text{eV}$ in b) und schließlich $2|t_{BC}| \approx 110 \mu\text{eV}$ in c) erhöht wurde.⁸ Gezeigt ist jeweils der differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\beta$ in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ . Die Spannung am QPC beträgt in allen drei Messungen $V_{\text{QPC}} = -1.6 \text{ mV}$, die Leistung ist $P_{\text{QPC}} = 5 \text{ pW}$ und der Leitwert $G_{\text{QPC}} = 0.025 \times 2e^2/h$. In dem Bereich mit Grundzustand $(3,1)$, bildet sich mit zunehmender Kopplung ein regelmäßiges Streifenmuster von äquidistanten hellen und dunklen Linien. Der energetische Abstand dieser Linien beträgt $130 \mu\text{eV}$ und ist damit deutlich kleiner als der Abstand der angeregten quantenmechanischen Zustände. Eine mögliche Erklärung für dieses Phänomen ist eine Kommensurabilität der Phononenwellenlänge mit dem Abstand der beiden Quantenpunkte, der hier etwa 160 nm beträgt. In Abbildung 5.19d) ist der Mechanismus skizziert. Ist die Kopplung groß genug, dass ein Elektron in Quantenpunkt C zunehmend delokalisiert ist und eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Quantenpunkt B besitzt, bieten sich für eine Anregung zwei mögliche Pfade (mit grauen gestrichelten Pfeilen eingezeichnet). Entweder das Elektron wird erst energetisch angehoben und tunnelt dann in Quantenpunkt B, oder es befindet sich bereits in Quantenpunkt B und wird von dort aus energetisch angehoben. Passt nun zum Beispiel eine halbe Phononenwellenlänge mit dem Abstand der Quantenpunkte zusammen, werden beide Quantenpunkte gleichphasig angeregt und beide Pfade überlagern sich konstruktiv. Passt eine volle Wellenlänge zwischen die Quantenpunkte, erfolgt die Anregung mit entgegengesetzter Phase und es kommt zu einer destruktiven In-

⁸Die Tunnelkopplung wurde hier aus der Breite der Ladungsrekonfigurationslinie gemäß [52] bestimmt.

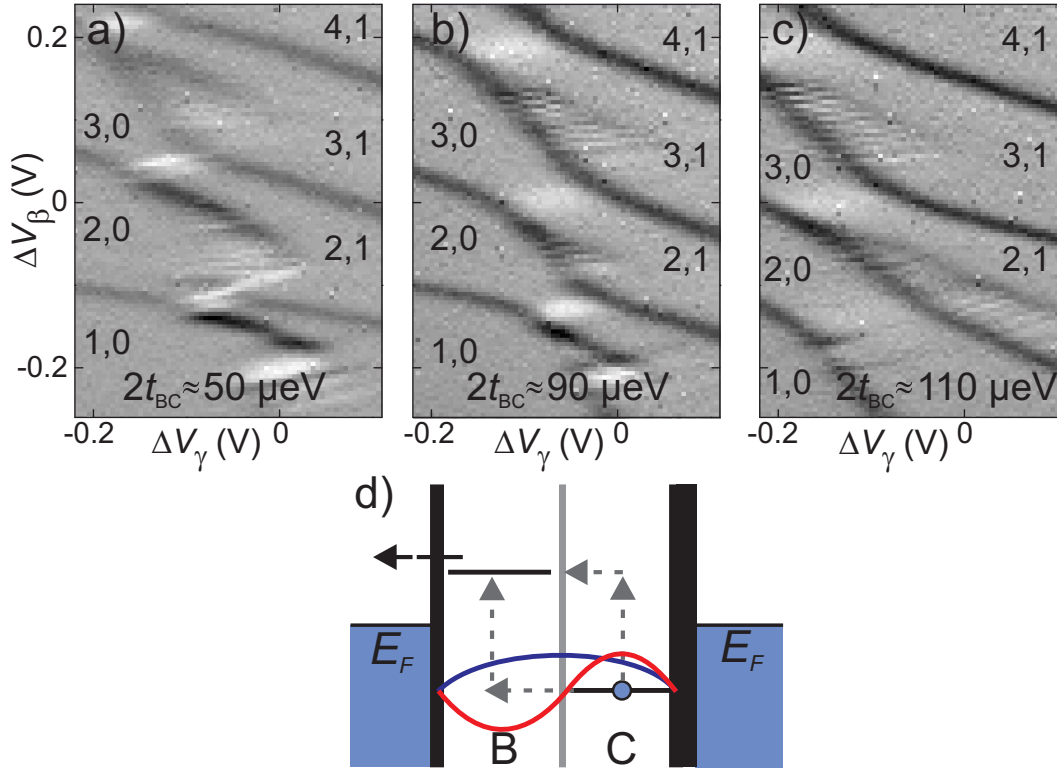


Abbildung 5.19: a)-c) Gezeigt ist jeweils der differentielle Leitwert $g = dI_{\text{QPC}}/dV_\beta$ in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ . Der QPC wird in allen drei Messungen mit $V_{\text{QPC}} = -1.6 \text{ mV}$ und $G_{\text{QPC}} = 0.025 \times 2e^2/h$ betrieben. a) Die Spannung an Gatter t_2 (das die Kopplung t_{BC} steuert) beträgt $V_{t2} = -269 \text{ mV}$ und die Tunnelkopplung $2|t_{\text{BC}}| \approx 50 \mu\text{eV}$. b) $V_{t2} = -260 \text{ mV}$ und $2|t_{\text{BC}}| \approx 90 \mu\text{eV}$. c) $V_{t2} = -251 \text{ mV}$ und $2|t_{\text{BC}}| \approx 110 \mu\text{eV}$. d) Skizze des Mechanismus der zu Interferenzen bei der Absorption von Phononen führen kann. Bei delokalisierten Zuständen sind simultan zwei Pfade möglich (graue gestrichelte Pfeile) um von Quantenpunkt C in den Quantenpunkt B zu gelangen. Je nach Wellenlänge des anregenden Phonons ändert sich dabei die Phase in den beiden Pfaden und ergibt konstruktive Interferenzen (in blau angedeutete Phononen Wellenlänge) oder destruktive Interferenz (in rot gezeichnet).

terferenz.

Dazu muss als Bedingung die Phasenkohärenz der beiden Pfade gegeben sein. Aus der Tunnelkopplung, ab der man diese Interferenz beobachtet, kann man also eine untere Grenze für die Phasenkohärenzzeit der Elektronen abschätzen. In Abbildung 5.19b) sind bei $2|t_{\text{BC}}| \approx 90 \mu\text{eV}$ die Interferenzen noch zu erkennen, in Abbildung 5.19a) ist bei $2|t_{\text{BC}}| \approx 50 \mu\text{eV}$ das Interferenzmuster bereits verschwunden. Die entsprechende Phasenkohärenzzeit ergibt sich aus $T = h/E$ zu $T_2^* \approx 50 \text{ ps}$. Durch die Rückkopplungen des QPCs während der Messung, ist die so bestimmte Kohärenzzeit jedoch vermutlich deutlich kürzer als in einem ungestörten System.

Genauere Untersuchungen dieser Phononeninterferenzen werden derzeit von Daniela Taubert durchgeführt. Bei diesen Messungen kommen sämtliche in Kapitel 4.3 beschriebenen Filter zum Einsatz. Die Phasenkohärenzzeit wurde dadurch, bei vergleichbaren Einstellungen des QPCs von $V_{\text{QPC}} = -1.2 \text{ mV}$ und $P_{\text{QPC}} \simeq 1 \text{ pW}$, auf $T_2^* \approx 500 \text{ ps}$ erhöht [135].

P. Roulleau *et al.* beobachtete Phononeninterferenzen im Strom durch Doppelquantenpunkte [98]. Die Interferenz kommt dort durch kohärente Emission von Phononen zustande.

5.2.3 Arbeitspunkt des Detektors

In Abbildung 5.16c) wird die Spannung V_{QPC} sowie die Leistung P_{QPC} von QPC3 variiert. Daraus ergibt sich auch eine Änderung des Leitwerts des QPCs über einen weiten Bereich. Im folgenden Abschnitt wird die Abhängigkeit einiger Eigenschaften des QPCs vom Arbeitspunkt diskutiert.

In Abbildung 5.20a) ist der Leitwert G als Funktion der Gatterspannung V_{d3} in Einheiten von $G_0 = 2e^2/h$ als schwarze durchgezogene Linie aufgetragen. Die Empfindlichkeit des QPCs als Ladungsdetektor ist näherungsweise proportional zu dG/dV_{d3} . Sie ist in Abbildung 5.20a) als blaue gepunktete Linie eingezeichnet. Die relative Änderung des Stromes $\Delta I_{\text{QPC}}/I_{\text{QPC}}$, wenn Quantenpunkt C mit einem weiteren Elektron beladen wird, ist zusätzlich mit schwarzen Quadraten aufgetragen. Diese Größe gibt den Kontrast an, den man in der Messung eines Ladediagramms erhält. Die rote gestrichelte Linie stellt den aus der Abschnürkurve berechneten Kontrast $A_0 \frac{dG/dV_{\text{d3}}}{G}$ dar, wobei A_0 ein freier Skalierungsfaktor ist. Der Verlauf des direkt gemessenen Kontrastes stimmt mit dem alternativ bestimmten gut überein. Offensichtlich ist der Kontrast auch bei kleinem Leitwert und niedriger absoluter Empfindlichkeit noch hoch und erreicht sein Maximum von 16% bei $G = 0.02 \times G_0$. Interessant aber nicht überraschend ist, dass der höchste Kontrast und die größte Empfindlichkeit bei unterschiedlichen Leitwerten des QPCs auftreten. In Abbildung 5.20b) ist neben der Abschnürkurve $G(V_{\text{d3}})$

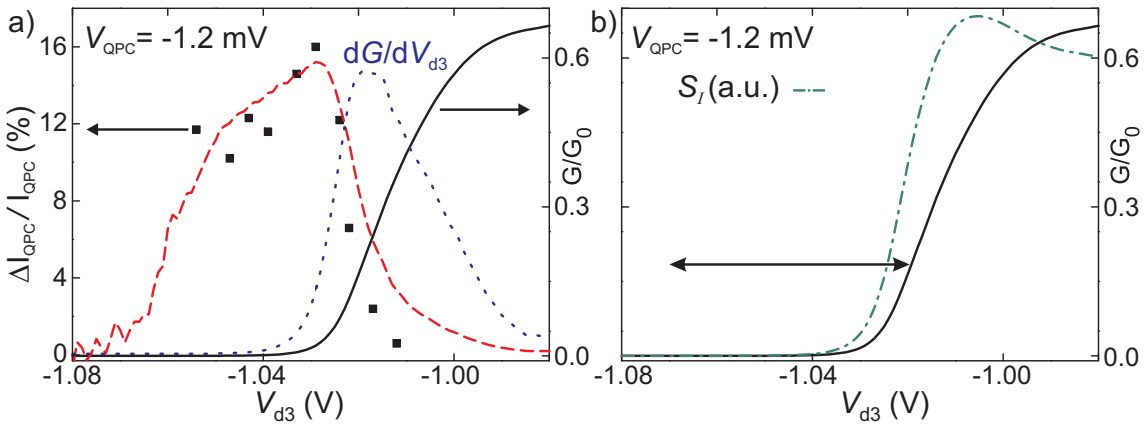


Abbildung 5.20: Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Leitwert von QPC3 (zugehörige Achse rechts) als Funktion der Gatterspannung V_{d3} . Der QPC weist eine ausgeprägte 0.7 Struktur auf, das erste Plateau ist nicht gezeigt. a) Die blaue gepunktete Linie stellt die Ableitung des Leitwerts dG/dV_{d3} dar. Die rote gestrichelte Linie ist der erwartete Kontrast $\frac{dG/dV_{d3}}{G}$ der aus der Abschnürkurve berechnet wurde. Die schwarzen Quadrate zeigen direkte Messungen des Kontrastes $\Delta I_{QPC}/I_{QPC}$, ermittelt für eine Umladung in Quantenpunkt C. b) Als grüne gestrichelt-gepunktete Linie ist die spektrale Dichte des Schrotrauschens gezeigt, berechnet aus der Abschnürkurve. Der Doppelpfeil markiert den Bereich der für die Untersuchung von Rückkopplungen des QPCs verwendet wurde.

die erwartete spektrale Dichte $S_I(0) = 2eI_{\text{QPC}}(1 - \frac{G}{G_0})$ des Schrotrauschens, für den Grenzfall $\omega = 0$ nach Gleichung 2.79, als grüne gestrichelt-gepunktete Linie dargestellt. Das Maximum des Schrotrauschens liegt im Bereich der höchsten Empfindlichkeit. Dieser Bereich direkter Rückkopplungen wurde in einigen Veröffentlichungen diskutiert [68, 81]. Der Bereich, der für die Untersuchung von indirekten Rückkopplungen in dieser Arbeit verwendet wurde, ist in Abbildung 5.20b) mit einem schwarzen Doppelpfeil markiert und liegt bei niedrigerem Leitwert.

Bei Messungen, die eine möglichst hohe Messbandbreite erfordern, ist das Betreiben des QPCs bei maximaler Empfindlichkeit von Vorteil, um das Signal-zu-Rausch Verhältnis zu optimieren. Wird jedoch eine zeitlich gemittelte Messung durchgeführt, bei der mögliche Rückkopplungen des Detektors unterdrückt werden sollen, ist ein Arbeitspunkt bei maximalem Kontrast, und damit kleinem Leitwert, günstiger. Hier ist das Schrotrauschen stark reduziert und die dissipierte Leistung bei gegebener Spannung V_{QPC} ebenfalls. Verringert man zusätzlich V_{QPC} und damit die maximale Energie, die der QPC emittiert, können Störungen sehr effektiv vermieden werden. Durch einen sorgfältigen Messaufbau kann man trotzdem ein gutes Signal-zu-Rausch Verhältnis erreichen (siehe Kapitel 4).

Anzahl der Elektronen pro Zeit

Betreibt man den QPC in einem Bereich von sehr kleinen Spannungen V_{QPC} und niedrigem Leitwert, kann der resultierende Strom Werte von $I_{\text{QPC}} < 10\text{pA}$ erreichen. Das heißt, dass pro Sekunde weniger als 62×10^6 Elektronen den QPC passieren und der mittlere zeitliche Abstand der Elektronen größer als 16ns ist. Diese Abschätzung ist insbesondere für die Anwendung als Detektor für Ladungsqubits wichtig, wenn deren Kohärenzzeiten im Bereich einiger Nanosekunden liegen [5, 55]. Man kann den Detektor also in einem Regime betreiben, in dem während einer Qubit Manipulation die Wahrscheinlichkeit für eine Störung durch eine Messung stark unterdrückt ist. Im Kapitel 5.3.5 wird dies noch genauer diskutiert.

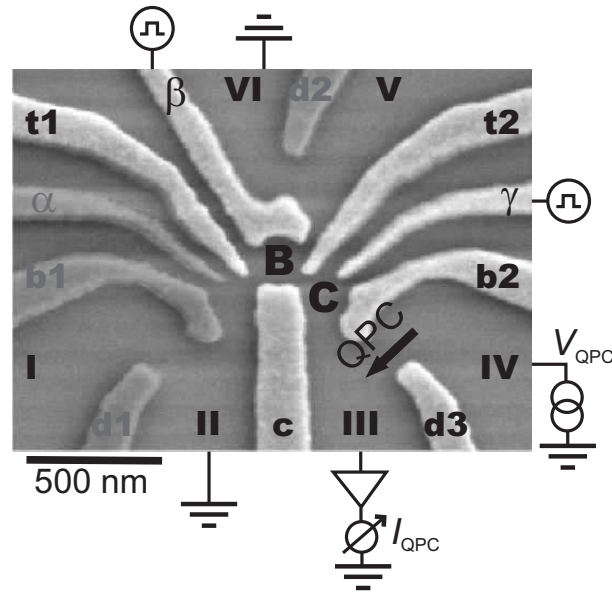


Abbildung 5.21: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer zur verwendeten Probe identischen Gattergeometrie, mit eingezeichneter Beschaltung. Die Gatter β und γ sind an Hochfrequenzkabel angeschlossen, um die Gatterspannung zusätzlich zur DC-Spannung mit Pulsen zu modulieren.

5.3 Gepulste Messungen

Wie in Kapitel 2.5 bereits diskutiert, sind für viele Versuche, die auf Anwendungen im Bereich der Quanteninformationsverarbeitung abzielen, Hochfrequenzexperimente notwendig. Die damit verbundenen Anforderungen an den Messaufbau wurden bereits in Kapitel 4.4 erläutert. In diesem Abschnitt werden Messungen zur Charakterisierung eines solchen Aufbaus präsentiert, sowie ein Pulschema vorgestellt mit dem man Tunnelraten und Energierelaxationszeiten bestimmen kann. Verschiedene Kopplungsregime werden untersucht und exemplarisch die Tunnelraten und Relaxationsraten gemessen. Schließlich werden noch Ansätze zur Bestimmung der Kohärenzzeit vorgestellt und erste Messdaten dazu diskutiert. Die wesentlichen Ergebnisse dieses Abschnittes wurden in *Physical Review B* veröffentlicht [136].

5.3.1 Kalibrieren des Messaufbaus

Die Beschaltung der Probe für gepulste Messungen ist in Abbildung 5.21 skizziert, der entsprechende Messaufbau in Abbildung 4.28. In der Probe sind die Quantenpunkte B und C definiert, die ungenutzten Gatter α , $b1$, $d1$ und $d2$ sind geerdet (in Abb. 5.21 dunkelgrau eingefärbt). Die Gatter β und γ sind an Hochfre-

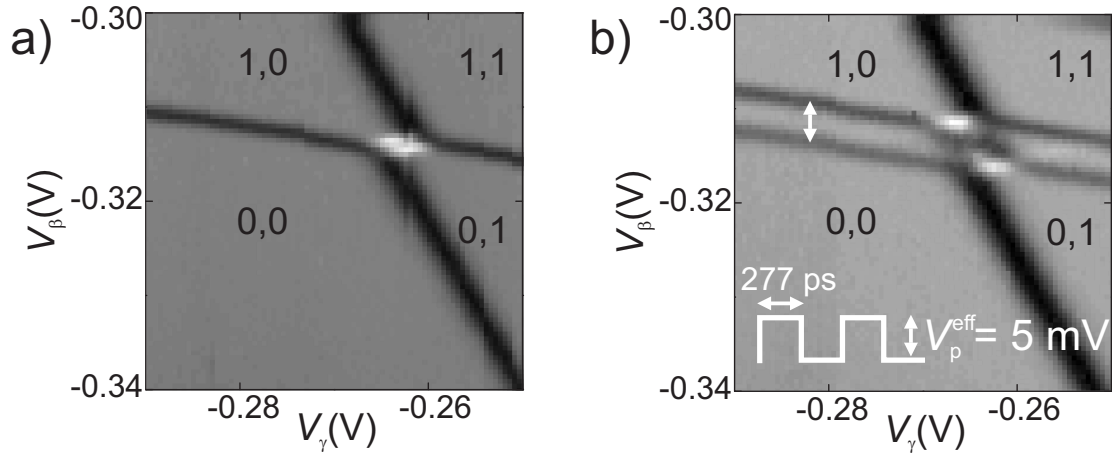


Abbildung 5.22: Ausschnitt aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C. Aufgetragen ist die numerische Ableitung dI_{QPC}/dV_β in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ . a) Ohne Einfluss von Pulsen. b) V_β wird mit einer Pulsfolge, wie im Bild links unten skizziert, moduliert.

quenzkabel angeschlossen, um die Gatterspannung, zusätzlich zur DC-Spannung, mit Pulsen modulieren zu können. Die Detektion erfolgt wieder über einen QPC, an den über den ohmschen Kontakt IV eine Spannung V_{QPC} angelegt wurde. Am Doppelquantenpunkt liegt demnach keine Spannung an. Um Rückkopplungen des Detektors möglichst zu vermeiden (siehe Kapitel 5.2) ist für fast alle Messungen $V_{\text{QPC}} = -50 \mu\text{V}$ und $P_{\text{QPC}} < 0.5 \text{ fW}$, der QPC wird also bei sehr kleinem Leitwert $G < 3 \times 10^{-3} G_0$ betrieben (entspricht einem Widerstand von $R_{\text{QPC}} > 5 \text{ M}\Omega$).

Um die Pulsamplitude zu kalibrieren und gleichzeitig den Messaufbau zu testen, wird ein sehr einfaches Pulsschema benutzt, bei dem das Tastverhältnis 50% beträgt. Abbildung 5.22a) zeigt einen Ausschnitt aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C bei dem die numerische Ableitung dI_{QPC}/dV_β in Graustufen als Funktion von V_β und V_γ dargestellt ist. In Abbildung 5.22b) ist die Messung wiederholt, aber diesmal unter Anwendung einer kontinuierlichen, gepulsten Anregung von V_β . Die angelegte Pulsfolge hat eine Wiederholfrequenz von $f_0 = 1.805 \text{ GHz}$, die Pulslänge ist $t_p = 277 \text{ ps}$ ebenso wie die Wartezeit zwischen den Pulsen $t_w = 277 \text{ ps}$ (siehe Skizze links unten in Abbildung 5.22 b)). Die nominelle Anstiegszeit der Pulse ist durch den verwendeten Pulsgenerator (Agilent 81134A) gegeben und beträgt $t_r = 70 \text{ ps}$ ⁹. Als Folge der Pulse spaltet das Ladediagramm in zwei Kopien auf, die entlang der y-Achse um die effektive Pulsamplitude $V_p^{\text{eff}} \simeq 5 \text{ mV}$ verschoben sind [137]. Vergleicht man diese effektive Pulsamplitude mit der Amplitude von $V_p = 6 \text{ mV}$, die der Pulsgenerator (unter

⁹Bei ungenügender Bandbreite der Verkabelung kann die Anstiegszeit zusätzlich erhöht werden. Wie in Kapitel 4.4 gezeigt, ist der Aufbau gut genug um die Anstiegszeit von $t_r = 70 \text{ ps}$ zu übertragen

Berücksichtigung von eventuell dazwischen geschalteten Dämpfungsgliedern) aus gibt, kann man die Dämpfung der Verkabelung bestimmen. Die Leistungsdämpfung beträgt für die verwendete Verkabelung (in Abbildung 4.10 gezeigt) $20\log(V_p^{\text{eff}}/V_p) \simeq -1.6\text{dB}$ und bleibt über einen sehr weiten Bereich von Widerholfrequenzen gleich. Für $t_p < 150\text{ps}$ nimmt V_p^{eff} aufgrund der endlichen Anstiegszeit ab.

Für $t_p = t_w$ erwartet man stets ein symmetrisches Aufspalten des Ladediagramms, wie in Abbildung 5.22b) gezeigt, unabhängig von der Übergangsrate des gepulsten Quantenpunkts zur Zuleitung, in diesem Fall Γ_L . Selbst für $f_0 \gg \Gamma_L$ erfolgt, in einer zeitlich gemittelten Messung, eine symmetrische Aufspalten, solange die Energie $E = hf_0$ klein gegenüber der durch V_p^{eff} verursachten Verschiebung ΔE der Energieniveaus im Quantenpunkt ist, weil sich im thermischen Gleichgewicht in Mittel immer eine thermische Verteilung einstellt. Im hier gezeigten Fall beträgt $E = hf_0 \simeq 7.5\mu\text{eV}$ und $\Delta E \simeq 625\mu\text{eV}$. Für $hf_0 > \Delta E$ erwartet man Abweichungen, da hier Effekte wie kohärente Auslöschung von Tunnelprozessen (engl.: *coherent destruction of tunneling*) auftreten können [138]. Im Grenzfall $hf_0 \gg \Delta E$ erreicht man den Fall von photonenassistiertem Tunneln (PAT), der in Kapitel 5.1.6 schon angesprochen wurde [128, 44].

Vergleich Standard- und Hochfrequenz-Probenhalter

In Kapitel 4.4.6 wurden bereits ausführlich die Eigenschaften des speziell angepassten Hochfrequenzprobenhalters besprochen. Hier soll kurz die Relevanz dieses Probenhalters für die durchgeführten gepulsten Messungen diskutiert werden.

Abbildung 5.23 zeigt Ausschnitte aus dem Ladediagramm wie in Abbildung 5.22b), hier jedoch unter Verwendung eines Standardprobenhalters. In beiden gezeigten Messungen wird V_γ jeweils mit einer Pulsfolge mit 50% Tastverhältnis und $V_p = 4\text{mV}$ moduliert, wie die weißen Doppelpfeile andeuten. In 5.23a) beträgt die Wiederholfrequenz $f_0 = 300\text{MHz}$. Neben der erwarteten Aufspaltung der Ladelinie von Quantenpunkt C, ist durch hochfrequentes Übersprechen auch die Ladelinie des ungepulsten Quantenpunkts B stark verbreitert¹⁰. Bei $f_0 = 400\text{MHz}$ (siehe Abb. 5.23b)) ist das Übersprechen deutlich reduziert. Vergleicht man dies mit den in Abbildung 4.19b) gezeigten Messungen des Übersprechens auf dem Standardprobenhalter, sieht man bei $f_0 = 300\text{MHz}$ ein Maximum mit $S_{12} = -15\text{dB}$, das dieses Übersprechen erklärt.¹¹ Das starke Übersprechen auf dem Standard-

¹⁰Eine gewisse Verbreiterung der Ladelinie von Quantenpunkt B ist aufgrund der kapazitiven Kopplung des Gatters γ an B erwartet.

¹¹Wie in Kapitel 2.5.1 bereits diskutiert, setzt sich eine Pulsfolge aus vielen Frequenzen zusammen, und ist nicht monofrequent wie ein Vergleich mit f_0 suggeriert. Die Leistung einer Pulsfolge ist jedoch bei der Grundfrequenz f_0 sehr hoch, und lässt einen solchen Vergleich als Abschätzung

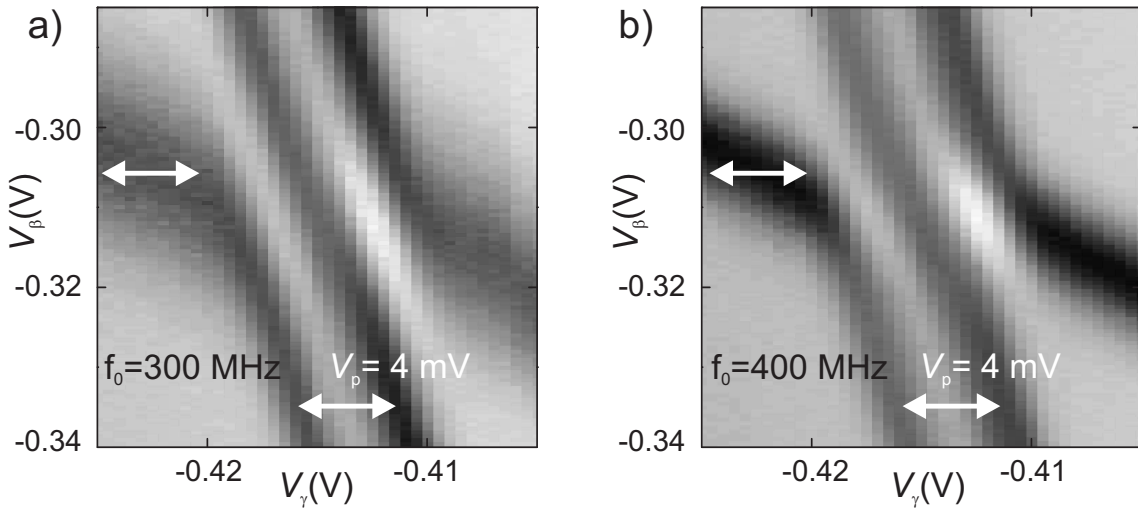


Abbildung 5.23: Ausschnitt aus dem Ladediagramm, vergleichbar mit Abbildung 5.22b), jedoch mit einem Standardprobenhalter gemessen. V_γ wird jeweils mit einer Pulsfolge mit 50% Tastverhältnis und $V_p = 4\text{ mV}$ moduliert, wie durch die weißen Doppelpfeile angedeutet. a) Die Wiederholfrequenz ist $f_0 = 300\text{ MHz}$. Durch starkes Übersprechen wird die Ladeline des un gepulsten Quantenpunkts B verbreitert. b) Bei $f_0 = 400\text{ MHz}$ ist das Übersprechen deutlich reduziert.

probenhalter ist für gepulste Messungen bei hohen Frequenzen sehr problematisch. Auch die Pulsform ist durch den Standardprobenhalter vermutlich stark verzerrt, da einzelne Frequenzen abgestrahlt oder dissipiert werden und sich so die spektrale Zusammensetzung der Pulsform ändert (siehe auch Kapitel 2.5 und 4.4.6). Zusammenfassend kann man sagen, dass die Verwendung des HF-Probenhalters ein entscheidender Fortschritt für gepulste Messungen war.

5.3.2 Dynamik in Quantenpunkten und verwendete Pulsfolge

Um die Dynamik von Elektronen in Quantenpunkten zu untersuchen, kann man ein sehr einfaches, sich kontinuierlich wiederholendes Pulsschema verwenden, das im Folgenden vorgestellt wird.

In Abbildung 5.24a)i ist die Ausgangslage vor Beginn des ersten Pulses dargestellt, bei der sich ein Elektron in Quantenpunkt C befindet. Dies entspricht dem Grundzustand $(0,1)$. In ii werden für die Dauer t_p die chemischen Potentiale in den Quantenpunkten B und C, durch einen Spannungspuls an den Gattern β und γ , in Resonanz gebracht. Da die Anstiegszeit mit $t_r = 70\text{ ps}$ sehr kurz ist, kann man annehmen, dass dieser Übergang nicht adiabatisch erfolgt. Daher befindet

durchaus zu.

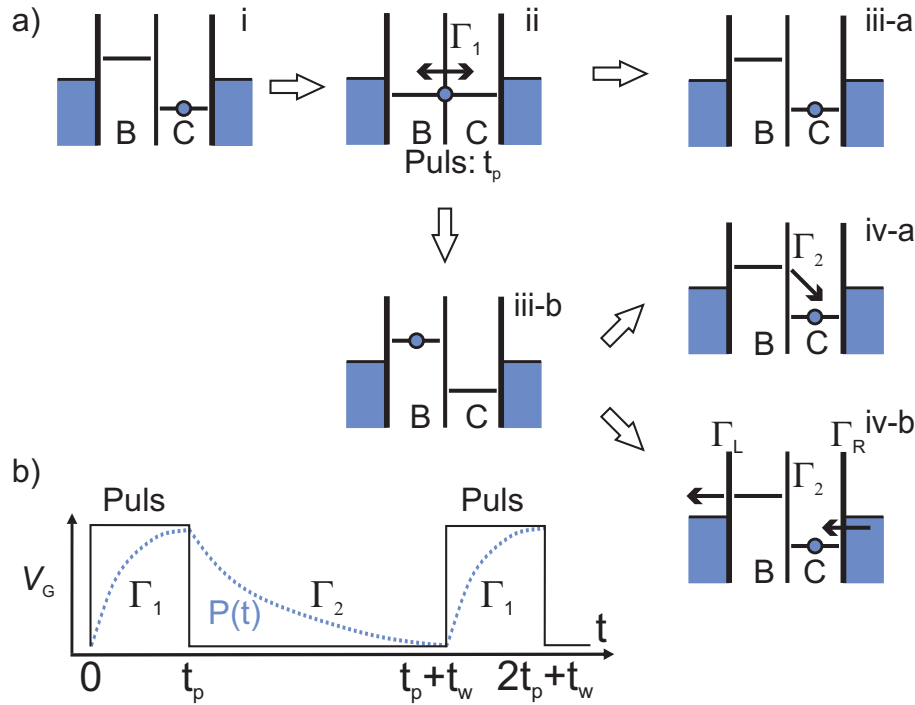


Abbildung 5.24: Pulsschema zur Untersuchung der Dynamik von Elektronen in Quantenpunkten. a) Skizze zu den einzelnen Prozessen während einer Pulsfolge. In (i) ist der Grundzustand (0,1) besetzt. (ii) Während der Pulsdauer t_p sind die chemischen Potentiale der Quantenpunkte B und C in Resonanz und das Elektron kann mit der Rate Γ_1 zwischen den Quantenpunkten tunneln. Nach dem Puls ist das Elektron entweder in Quantenpunkt C (iii-a) oder Quantenpunkt B (iii-b). In (iv) sind zwei unterschiedliche Relaxationsmöglichkeiten (mit der kombinierten Rate Γ_2) des Elektrons aus dem Quantenpunkt B zurück in den Grundzustand (0,1) dargestellt. Siehe Haupttext für Detail. b) Skizze des zeitlichen Verlaufs des Pulsschemas. Aufgetragen ist sowohl die durch die Pulse modulierte Gatterspannung V_G (durchgezogene schwarze Linie) als auch die Wahrscheinlichkeit $P(t)$, dass der Grundzustand nicht besetzt ist (gepunktete blaue Linie).

sich das Elektron unmittelbar nach dem Puls noch in Quantenpunkt C, beginnt jedoch während t_p mit der Rate Γ_1 zwischen den Quantenpunkten zu tunneln. Direkt nach dem Puls entsprechen die chemischen Potentiale in den Quantenpunkten wieder der Ausgangssituation, in der $(0,1)$ der Grundzustand ist. Die aktuelle Ladungskonfiguration hängt jedoch nun von t_p und Γ_1 ab. Im kohärenten Grenzfall ist die Ladungskonfiguration nach dem Puls eine periodische Funktion von t_p und Γ_1 (siehe Kapitel 2.4.3). Hier wird zunächst nur der inkohärente Grenzfall betrachtet, bei denen für $t_p\Gamma_1 \gg 1$ die Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände $(1,0)$ und $(0,1)$ gleich groß ist (siehe Skizze iii-a und iii-b). Im Fall von $t_p\Gamma_1 < 1$ ist jedoch auch im inkohärenten Fall die Wahrscheinlichkeit in den Zustand $(1,0)$ zu tunneln gering und folglich die Besetzung des Grundzustandes $(0,1)$ höher.

Besetzt ein Elektron den angeregten Zustand $(1,0)$ wird es nun während der Wartezeit t_w zurück in den Grundzustand $(0,1)$ relaxieren. Wie in den Skizzen iv-a und iv-b in Abbildung 5.24a) gezeigt ist, gibt es dafür zwei mögliche Relaxationspfade. Beim Ersten (iv-a) findet ein Tunnelprozess zwischen den Quantenpunkten statt, bei dem die überschüssige Energie des Elektrons zum Beispiel durch Emission eines Phonons abgegeben wird. Bei der zweiten Möglichkeit (iv-b) sind zwei resonante Tunnelprozesse zu den Zuleitungen beteiligt, nämlich $(1,0) \rightarrow (0,0)$ mit der Rate Γ_L gefolgt von $(0,0) \rightarrow (1,0)$ mit der Rate Γ_R . Im Folgenden werden beide Prozesse mit einer einzigen Rate Γ_2 beschrieben. Die Gültigkeit dieser Annahme wird später diskutiert. Abbildung 5.24b) zeigt den zeitlichen Verlauf des Pulsschemas sowie die theoretische Wahrscheinlichkeit $P(t)$, mit der sich das System nicht im Grundzustand befindet (vergleiche Kapitel 2.5.2). In Abbildung 5.24b) geht zusätzlich die realistische Annahme $\Gamma_1 \gg \Gamma_2$ ein, dass also resonanter Ladungsaustausch zwischen den Quantenpunkten wesentlich schneller als nichtresonanter Ladungsaustausch ist.

In Abbildung 5.25a) bis c) sind Ausschnitte aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunktes B,C (wie in Abbildung 5.22b)) gezeigt, hier jedoch unter dem Einfluss des gerade beschriebenen Pulsschemas. Die Pulslänge beträgt $t_p = 1$ ns während $t_w = 50$ ns ist, wie in Abbildung 5.25b) unten skizziert. Die Pulse sind entlang der weißen Pfeile im Ladediagramm angelegt, das heißt die Basis des Pfeils markiert den Zustand, der während t_w vorherrscht, die Spitze markiert den Zustand der während t_p erreicht wird. Dazu werden die beiden Gatterspannungen V_β und V_γ simultan und mit entgegengesetztem Vorzeichen moduliert (V_β erhöht, V_γ reduziert)¹². Die Pulsfolge wird während der gesamten Messung kontinuierlich wiederholt. Die Pulsamplitude V_p^{eff} ist von Abbildung 5.25a) nach c) schrittweise erhöht worden, wie in den Abbildungen jeweils eingetragen.

¹²Um die Spannungspulse exakt zu synchronisieren, muss die unterschiedliche Laufzeit in den Kabeln kompensiert werden. Dazu werden die Pulse an Gatter β (das an HF2 angeschlossen ist) im Verhältnis zu γ (das an HF1 angeschlossen ist) mit einer Verzögerung von $\Delta t = 365$ ps erzeugt.

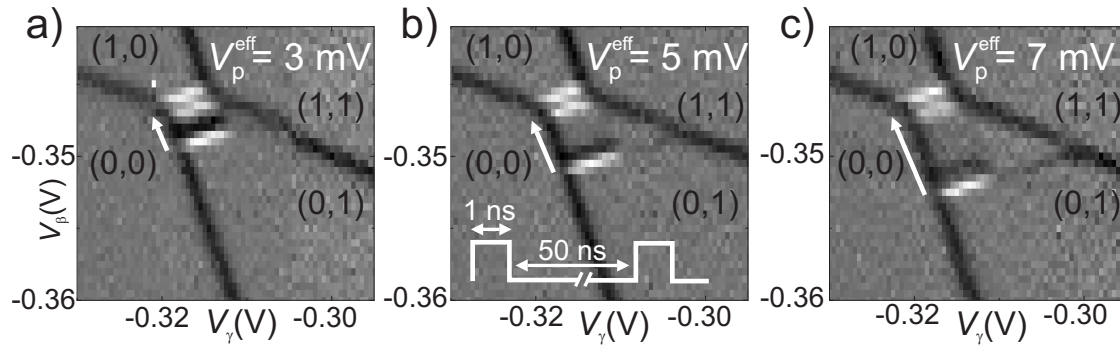


Abbildung 5.25: Ausschnitte aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunktes B,C wie in Abbildung 5.22b) gezeigt, hier jedoch unter dem Einfluss einer kontinuierlich wiederholten Pulsfolge mit $t_w \gg t_p$, wie in b) unten skizziert. Die Richtung und Amplitude der Pulse ist mit einem weißen Pfeil gekennzeichnet. Siehe Haupttext für Details.

Als Folge der Pulse sieht man in den Messungen in Abbildung 5.25 eine zusätzliche Linie (in der gewählten Darstellung eine schwarz/weiße Doppellinie) die parallel zur Ladungsrekonfigurationslinie verläuft, und deren Abstand zu letzterer genau der Pulsamplitude V_p^{eff} entspricht. Im restlichen Teil des Ladediagramms sind keine Abweichungen vom Grundzustand aufgrund der angelegten Pulse zu sehen. Das liegt daran, dass das Tastverhältnis 1 : 50 beträgt und daher im Mittel der Grundzustand (der ohne Pulse vorliegt) besetzt ist, entsprechend dem Potential das während des Großteils der Zeit (während t_w) vorherrscht. Nur wenn man auf die Ladungsrekonfigurationslinie oder deren lineare Verlängerung pulst, ist die Resonanzbedingung zwischen den Quantenpunkten B und C erfüllt, und man beobachtet die oben beschriebene vom Grundzustand abweichende Besetzung der Quantenpunkte. Der QPC Ladungsdetektor misst die zeitlich gemittelte Besetzung \bar{P} , die im QPC Strom I_{QPC} ein lokales Maximum darstellt, wenn die Bedingungen $t_p \ll t_w$ sowie $\Gamma_1 \gg \Gamma_2$ und $\Gamma_2^{-1} > t_w$ erfüllt sind. Leitet man I_{QPC} nach der Gatterspannung ab, ergibt sich die beobachtete schwarz/weiße Doppellinie.

5.3.3 Abhängigkeit von der Tunnelkopplung

Je nachdem wie groß die Tunnelraten zu den Zuleitungen sind, ergeben sich verschiedene charakteristische Strukturen im Ladediagramm, aus denen man die Kopplung abschätzen kann.

Abbildung 5.26a) zeigt den Fall, der auch in der Messreihe aus Abbildung 5.25 vorliegt, nämlich eine asymmetrische Kopplung an die Zuleitungen mit $\Gamma_L > \Gamma_R$. Hier hat die durch die Pulse ($t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 10\text{ns}$) hervorgerufene Linie die selbe Länge wie die Ladungsrekonfigurationslinie. Pulst man aus dem Zu-

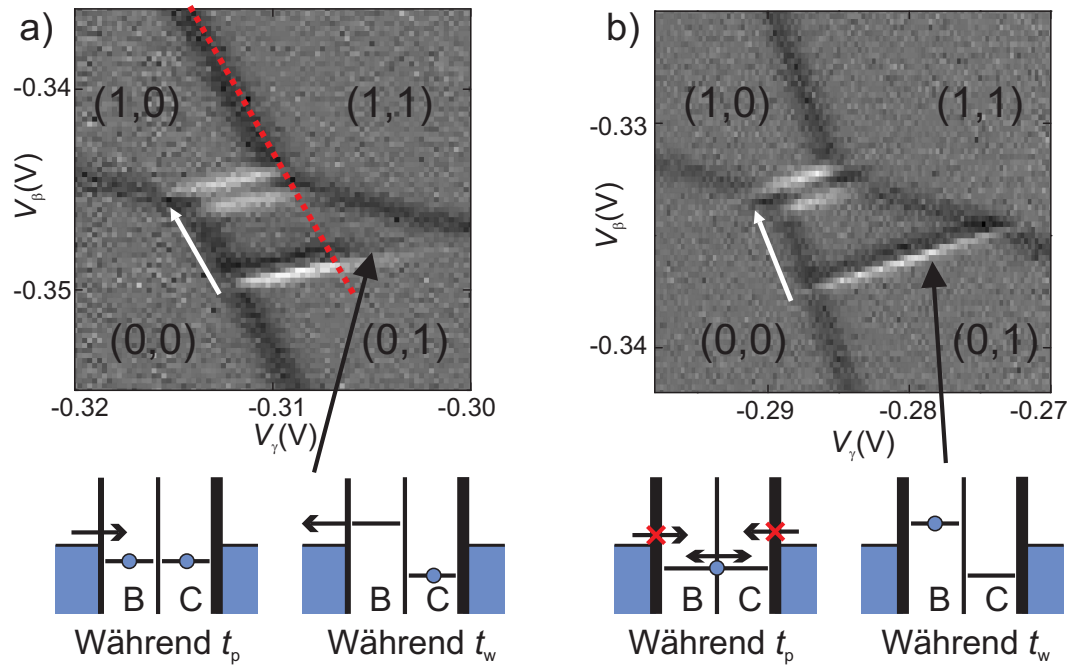


Abbildung 5.26: Ausschnitte aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C für verschiedene Kopplungen an die Zuleitungen. Die Skizzen zeigen mögliche Übergänge während der Pulse. a) Asymmetrische Kopplung an die Zuleitungen mit $\Gamma_L \gg \Gamma_R$. $t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 10\text{ns}$. b) Symmetrische Kopplung bei der beide Raten Γ_L und Γ_R relativ klein sind. $t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 25\text{ns}$.

stand $(0,1)$ auf die Verlängerung der Ladungsrekonfigurationslinie im Bereich $(1,1)$, kann während der Pulslänge t_p ein zweites Elektron in den Quantenpunkt B tunneln $(0,1) \rightarrow (1,1)$, falls $t_p \Gamma_L > 1$ ist. Damit ist der Übergang $(0,1) \rightarrow (1,0)$ blockiert. Nach dem Puls kann das Elektron jedoch sehr schnell den Quantenpunkt B in die linke Zuleitung verlassen $(1,1) \rightarrow (0,1)$ (siehe auch Skizze in Abb. 5.26a), da dieser Prozess aufgrund der vielen freien Zustände in der Zuleitung ohne Abgabe von Energie erfolgen kann und $\Gamma_L^{-1} < t_p \ll t_w$ ist. Der Doppelquantenpunkt verbringt hier also die meiste Zeit im Grundzustand $(0,1)$ und im Ladediagramm ist keine zusätzliche Linie zu sehen.

Pulst man direkt auf die Ladungsrekonfigurationslinie, ist der Übergang $(0,1) \rightarrow (1,1)$ energetisch verboten, da hier der Zwei-Elektron-Zustand über der Fermienergie liegt. Das Elektron kann also während t_p mit der Rate Γ_1 von Quantenpunkt C nach B tunneln $(0,1) \rightarrow (1,0)$. Falls nach dem Puls der Zustand $(1,0)$ besetzt ist, wird das Elektron, wie oben diskutiert, den Quantenpunkt B bevorzugt in die linke Zuleitung verlassen $(1,0) \rightarrow (0,0)$, da der Relaxationsprozess $(1,0) \rightarrow (0,1)$ nur unter Emission eines Phonons oder Photons erfolgen kann und daher vergleichsweise langsam ist. Das Besetzen des Grundzustandes $(0,0) \rightarrow (0,1)$ wird anschließend relativ langsam erfolgen, da Quantenpunkt B in Coulomb Blockade und Γ_R klein ist. Ist zusätzlich die Bedingung $\Gamma_R t_w < 1$ erfüllt, wird auf der schwarz/weißen Doppellinie hauptsächlich der Zustand $(0,0)$ vorherrschen.

In Abbildung 5.26b) ist die Kopplung an beide Zuleitungen eher symmetrisch und relativ schwach mit $\Gamma_L \sim \Gamma_R \ll t_w^{-1}$. Hier erstreckt sich die schwarz/weiße Doppellinie, die durch die Pulse ($t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 25\text{ns}$) hervorgerufen wird, über den gesamten Bereich $(0,1)$. Ladungsaustausch mit den Zuleitungen ist stark unterdrückt, daher können die Übergänge $(0,1) \leftrightarrow (1,0)$ ungestört stattfinden.

In Abbildung 5.27 ist die asymmetrische Kopplung umgedreht im Vergleich zu Abbildung 5.26a), das heißt $\Gamma_R \gg \Gamma_L$. In der in Abbildung 5.27a) gezeigten Messung geht die, durch die Pulse ($t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 10\text{ns}$) ausgelöste, schwarz/weiße Doppellinie in eine dunkle Linie über, die den Übergang $(0,1) \leftrightarrow (1,1)$ markiert. Die eigentliche Ladelinie, die darüber liegt, ist noch schwach zu erkennen. Aus dem veränderten Verlauf der Ladelinie lässt sich schließen, dass innerhalb des rot markierten Bereiches die Beladung $(1,1)$ vorherrscht, obwohl der Grundzustand $(0,1)$ ist. Die Skizze unter der Messung erklärt dieses Phänomen. Pulst man aus dem rot markierten Dreieck heraus, kommt man in den Bereich, in dem der Grundzustand $(1,1)$ ist. Selbst für $\Gamma_L^{-1}, \Gamma_R^{-1} \ll t_p$ kann eventuell der Übergang $(0,1) \rightarrow (1,1)$ stattfinden. Sobald der Zustand $(1,1)$ besetzt wurde, ist er jedoch relativ stabil, obwohl er nicht der Grundzustand ist, da Γ_L klein ist und der rechte Quantenpunkt in Coulomb Blockade. Das Elektron kann Quantenpunkt B also nur sehr langsam verlassen. Die Beobachtung legt nahe, dass hier $\Gamma_R t_p > \Gamma_L t_w$

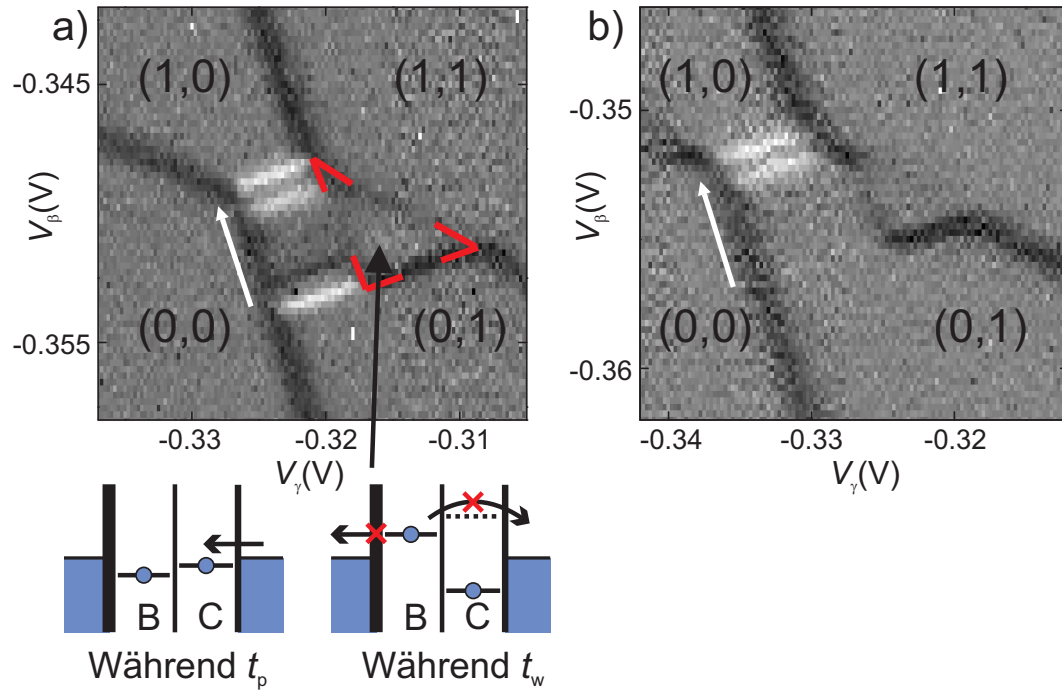


Abbildung 5.27: Ausschnitte aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C für asymmetrische Kopplung an die Zuleitungen mit $\Gamma_R \gg \Gamma_L$. a) $t_p = 0.5 \text{ ns}$ und $t_w = 10 \text{ ns}$. In dem rot markiertem Dreieck kann der Übergang $(0,1) \rightarrow (1,1)$ stattfinden, während der umgekehrte Prozess $(1,1) \rightarrow (0,1)$ nur sehr langsam ist. b) Wie in a) jedoch mit erhöhter Tunnelkoppelung zwischen den Quantenpunkten und $t_p = 0.5 \text{ ns}$ und $t_w = 20 \text{ ns}$.

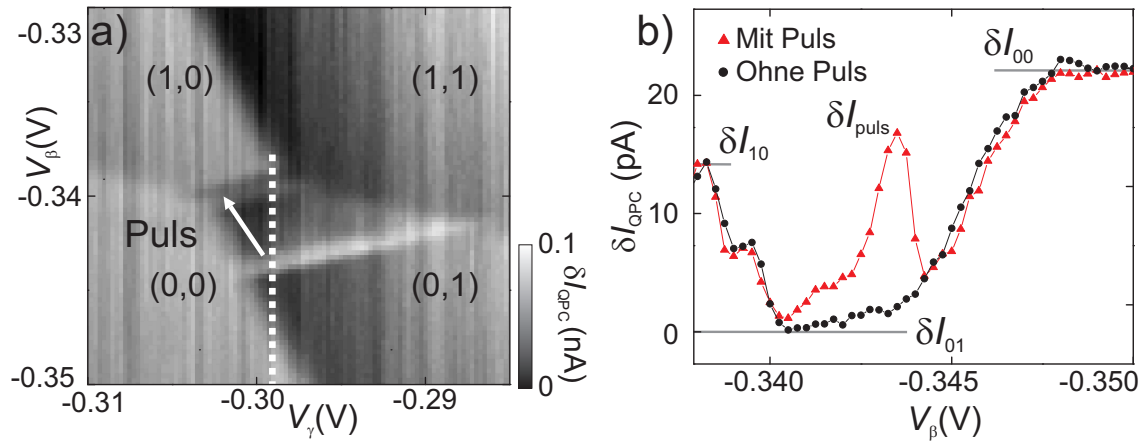


Abbildung 5.28: a) Ausschnitte aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunkts B,C. Die Änderung des QPC Stroms δI_{QPC} ist in Graustufen aufgetragen. Eine Pulsfolge mit $t_p = 0.6$ ns wird eingestrahlt. b) δI_{QPC} entlang der weißen gepunkteten Linie in a). Als schwarze Punkte dargestellt ist der Fall ohne Pulse, die roten Dreiecke zeigen die selbe Spur unter dem Einfluss des Pulsschemas. δI_{10} , δI_{01} und δI_{00} sind die erwarteten Stromwerte für die entsprechenden Zustände (0,1), (0,1) und (0,0). δI_{puls} markiert das durch die Pulse ausgelöste Maximum.

ist.

In Abbildung 5.27b) ist die Wartezeit mit $t_w = 20$ ns im Vergleich zu a) verdoppelt und die Tunnelkopplung zwischen den Quantenpunkten ist erhöht, während alle anderen Parameter unverändert sind. Einerseits ist hier die schwarz/weiße Doppellinie komplett verschwunden, was bedeutet, dass $\Gamma_2 \gg t_w$ ist und der Grundzustand sehr schnell während t_w besetzt werden kann. Andererseits ist das gerade beschriebene Dreieck noch sichtbar, da unabhängig von der Tunnelkopplung der Zustand (1,1) relativ stabil ist, sobald er einmal erreicht wurde.

5.3.4 Relaxations- und Tunnelraten

Im Folgenden wird für eine der bereits besprochenen Konfigurationen quantitativ die Tunnelkopplung und die Relaxationsrate bestimmt. Dazu wird das Ratenmodell, das in Kapitel 2.5.2 diskutiert wurde, angewandt. In Abbildung 5.28a) ist ein Ausschnitt aus dem Ladediagramm wie in 5.26 gezeigt. Hier ist jedoch δI_{QPC} in Graustufen aufgetragen anstelle der Ableitung dI_{QPC}/dV_β . Während der Messung wurde mit $t_p = 0.6$ ns und $t_w = 25$ ns periodisch gepulst. In Abbildung 5.28b) ist δI_{QPC} entlang der gepunkteten Linie in Abbildung 5.28a) aufgetragen. Zum Vergleich ist außerdem δI_{QPC} ohne angelegte Pulse (schwarze Punkte) dargestellt. Die Werte des Detektorstroms für die Zustände $(1,0) \hat{=} \delta I_{10}$, $(0,1) \hat{=} \delta I_{01}$ und

$(0,0) \triangleq \delta I_{00}$ sind jeweils eingetragen. Die Kurve ohne Pulse zeigt die erwarteten Übergänge zwischen diesen Zuständen, während in der Kurve, die unter Einfluss der Pulse gemessen wurde, ein zusätzliches Maximum auftritt. Die Amplitude dieses Maximums δI_{puls} ist nicht nur ein Maß für die mittlere Wahrscheinlichkeit \bar{P} , dass ein Elektron nicht im Grundzustand $(0,1)$ ist, sondern liefert auch Informationen darüber, welchen der beiden möglichen Relaxationspfade das Elektron nimmt (vergleiche Abb. 5.24a) iv). In den hier präsentierten Daten übersteigt δI_{puls} nämlich den Wert von δI_{10} und kann sogar Werte bis zu δI_{00} annehmen. Diese Beobachtung steht im Widerspruch zu dem Verhalten, das man für inkohärente Übergänge in Kombination mit Energierelaxation innerhalb des Doppelquantenpunktes (ohne Ladungsaustausch mit den Zuleitungen, wie in Abb. 5.24a) iv-a skizziert) erwartet. Im diesem Fall wäre nämlich der maximale Strom auf $\delta I_{\text{puls}}^{\text{max}} = 0.5\delta I_{10}$ beschränkt, wenn man $\frac{\delta I_{\text{puls}} - \delta I_{01}}{\delta I_{10} - \delta I_{01}}$ als die Besetzungszahldifferenz zwischen den beiden beteiligten Zuständen $(0,1)$ und $(1,0)$ interpretiert. Der zweite in Kapitel 5.3.2 diskutierte Relaxationspfad $(1,0) \rightarrow (0,0) \rightarrow (0,1)$ basiert auf Ladungsaustausch mit den Zuleitungen, wie in Abbildung 5.24a) iv-b skizziert ist. In diesem Fall kann $\delta I_{\text{puls}} > \delta I_{10}$ auftreten, da der Detektorstrom im Zwischenzustand $(0,0)$ größer ist als in $(1,0)$ und $(0,1)$ (siehe Abb. 5.28b)). Die Tatsache, dass $\delta I_{\text{puls}} \geq \delta I_{10}$ tatsächlich beobachtet wird, deutet darauf hin, dass der Zustand $(0,0)$ im Vergleich zu $(1,0)$ relativ lange besetzt ist. Dass in einigen Messungen sogar $\delta I_{\text{puls}} \simeq \delta I_{00}$ beobachtet wird, kann nur unter der Annahme erklärt werden, dass der Zustand $(1,0)$ sehr kurzlebig ist und im Wesentlichen die Konfigurationen $(0,1)$ und $(0,0)$ die Messungen bestimmen. Dies lässt den Schluss zu, dass die Tunnelrate $(1,0) \rightarrow (0,0)$ viel schneller ist als der anschließende Übergang in den Grundzustand $(0,0) \rightarrow (0,1)$. In diesem Grenzfall kann man den zweistufigen Relaxationsprozess in der Tat mit einer einzelnen Rate Γ_2 beschreiben und die Anwendung des Modells aus Gleichung 2.73 ist damit berechtigt.

Abbildung 5.29a) zeigt die relative Stromänderung $\Delta I / \Delta I_{\text{max}}$, wobei $\Delta I = \delta I_{\text{puls}} - \delta I_{01}$ ist und $\Delta I_{\text{max}} = \delta I_{00} - \delta I_{01}$, als Funktion von t_p für eine feste Wartezeit von $t_w = 25\text{ ns}$. Die drei verschiedenen Symbole/Farben entsprechen drei verschiedenen Spannungen am Gatter t_2 , das die Tunnelkopplung und damit die Rate Γ_1 zwischen Quantenpunkt B und C steuert. Wie erwartet nimmt $\Delta I / \Delta I_{\text{max}}$ bei einer kleineren Tunnelbarriere (weniger negatives V_{t2}) schneller zu. Solange die oben beschriebene Bedingung erfüllt ist, dass der Zustand $(1,0)$ im Vergleich zu $(0,0)$ nur kurz besetzt ist, kann man das Signal als $\Delta I / \Delta I_{\text{max}} \equiv \bar{P}$ interpretieren und damit quantitativ mit dem Modell aus Gleichung 2.73 vergleichen. Die eingezeichneten Linien sind Modellrechnungen nach Gleichung 2.73 mit $\Gamma_2^{-1} = 75\text{ ns}$ und $\Gamma_1^{-1} = 0.39\text{ ns}, 0.92\text{ ns}$ und 2.33 ns entsprechend für $V_{t2} = -285\text{ mV}, -295\text{ mV}$ und -300 mV .¹³ Rechnet man die Tunnelraten Γ_1 in Energie um, ergibt sich ent-

¹³Da es sich beim Tunneln um einen statistischen Prozess handelt, der mit einer charakteristi-

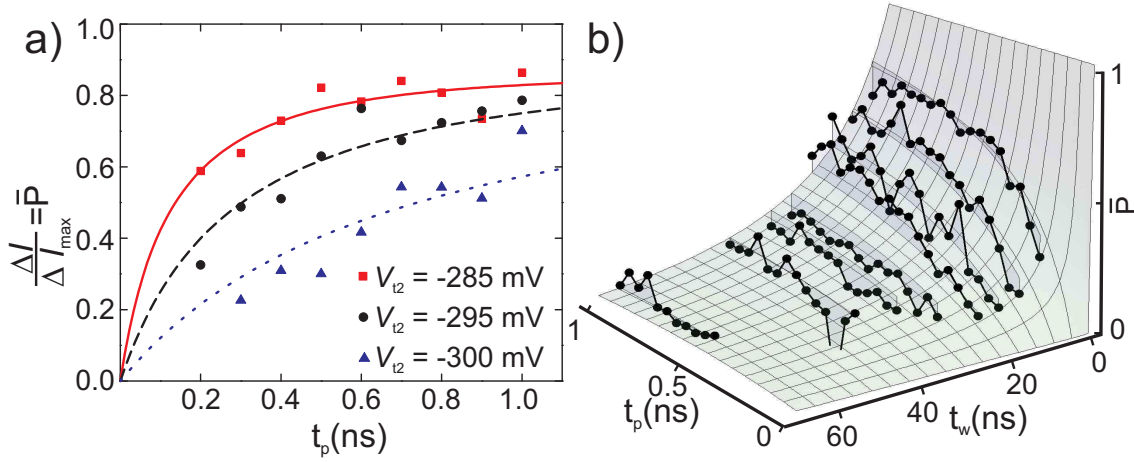


Abbildung 5.29: a) Aufgetragen ist die relative Stromänderung $\Delta I / \Delta I_{\max}$ ($\Delta I = \delta I_{\text{puls}} - \delta I_{01}$ und $\Delta I_{\max} = \delta I_{00} - \delta I_{01}$, siehe Abb. 5.28b)) als Funktion von t_p bei $t_w = 25$ ns für drei verschiedene Gatterspannungen V_{t2} . Die Linien sind Rechnungen nach Gleichung 2.73. b) \bar{P} als Funktion von t_p und t_w . Die Messdaten sind als Punkte eingezeichnet, während die Modellrechnung nach Gleichung 2.73 (mit $\Gamma_1^{-1} = 0.74$ ns und $\Gamma_2^{-1} = 12.9$ ns) den Daten als Fläche überlagert ist.

sprechend $2|t_{\text{BC}}| = 10 \mu\text{eV}$, $4.5 \mu\text{eV}$ und $1.8 \mu\text{eV}$ für $V_{t2} = -285$ mV, -295 mV und -300 mV.

In der in Abbildung 5.29a) gezeigten Messung wurde der Parameter t_w festgehalten. In der Auswertung wurde Γ_1 bestimmt während Γ_2 als konstant angenommen wurde. Eine gründlichere und genauere Bestimmung der Raten Γ_1 und Γ_2 erhält man, wenn sowohl t_p als auch t_w variiert werden. In Abbildung 5.29b) ist eine solche Messung gezeigt (die bei anderen Gatterspannungen als in Abb. 5.29a) durchgeführt wurde), bei der \bar{P} als Funktion von t_p und t_w aufgetragen ist. Die Messdaten sind als Punkte eingezeichnet, während die Modellrechnung nach Gleichung 2.73 den Daten als Fläche überlagert ist. Hier wurde für die Rechnung $\Gamma_1^{-1} = 0.74$ ns und $\Gamma_2^{-1} = 12.9$ ns eingesetzt. Die Rechnung stimmt mit der Messung im Rahmen der Messungenauigkeit gut überein.

Da in den in dieser Arbeit präsentierten Ergebnissen die Rate Γ_2 hauptsächlich durch Prozesse, die über die Zuleitungen ablaufen, bestimmt wird, lässt sich Γ_2 über die Kopplung an die Zuleitungen steuern. Die Energierelaxationszeit für Übergänge, die nur innerhalb des Doppelquantenpunktes ablaufen, sind in der hier untersuchten Konfiguration deutlich länger als das gemessene Γ_2^{-1} .

schen Rate passiert, jedoch selbst keine Dauer hat, sollte man den Begriff Tunnelzeit in diesem Zusammenhang vermeiden.

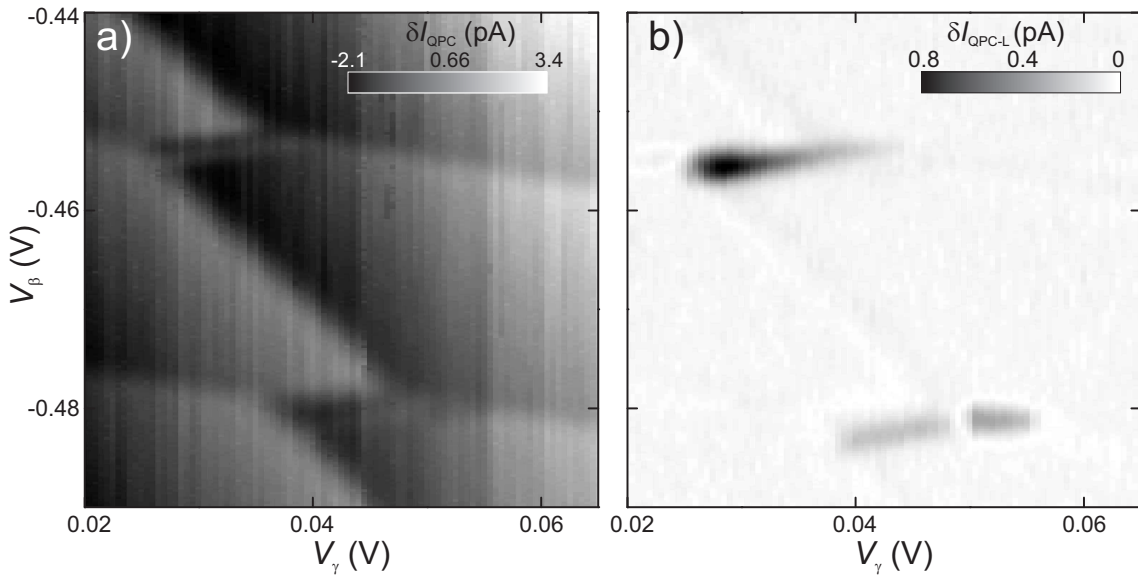


Abbildung 5.30: Ausschnitt aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunktes B,C, gemessen während ein Pulsschema mit $t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 10\text{ns}$ angewendet wird, das zusätzlich mit der *Lock-In* Frequenz $f_L = 156\text{Hz}$ an- und ausgeschaltet wird. a) Strom δI_{QPC} aus einer DC-Messung, in Graustufen aufgetragen. b) Stromänderung δI_{QPC-L} aus einer *Lock-In* Messung (gleichzeitig mit der DC-Messung aufgenommen) in Graustufen.

5.3.5 Kohärente Effekte

In den bis jetzt diskutierten Messungen wurden ausschließlich Effekte beobachtet, die sich mit inkohärenten Prozessen erklären lassen. Die Messungen wurden über viele Pulsfolgen gemittelt, und weisen aufgrund von eingekoppeltem Rauschen und Ladungsfluktuationen in der Probe relativ große Messfehler auf. Um eventuelle kohärente Effekte auflösen zu können, die in Kapitel 2.4.3 diskutiert wurden, ist daher eine kombinierte Messung mittels Pulsmodulation und *Lock-In* hilfreich, wie in Kapitel 4.5.3 bereits erklärt wurde. Während der Messung wird das angewandte Pulsschema ($t_p = 0.5\text{ns}$ und $t_w = 10\text{ns}$) zusätzlich mit $f_L = 156\text{Hz}$ an- und ausgeschaltet. Abbildung 5.30a) zeigt einen Ausschnitt aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunktes B, C in dem δI_{QPC} in Graustufen aufgetragen ist. In Abbildung 5.30a) ist eine schwach ausgeprägte helle Linie zu sehen, die durch die Pulse ausgelöst wird. Betrachtet man jedoch das *Lock-In* Signal δI_{QPC-L} , das nur Änderungen detektiert, die mit der Frequenz $f_L = 156\text{Hz}$ stattfinden, ergibt sich das in Abbildung 5.30b) gezeigte Bild. Das Signal-zu-Rausch Verhältnis wird durch das *Lock-In* Prinzip wesentlich verbessert.

In Abbildung 5.31a) ist ein vergrößerter Ausschnitt eines gepulsten Übergangs

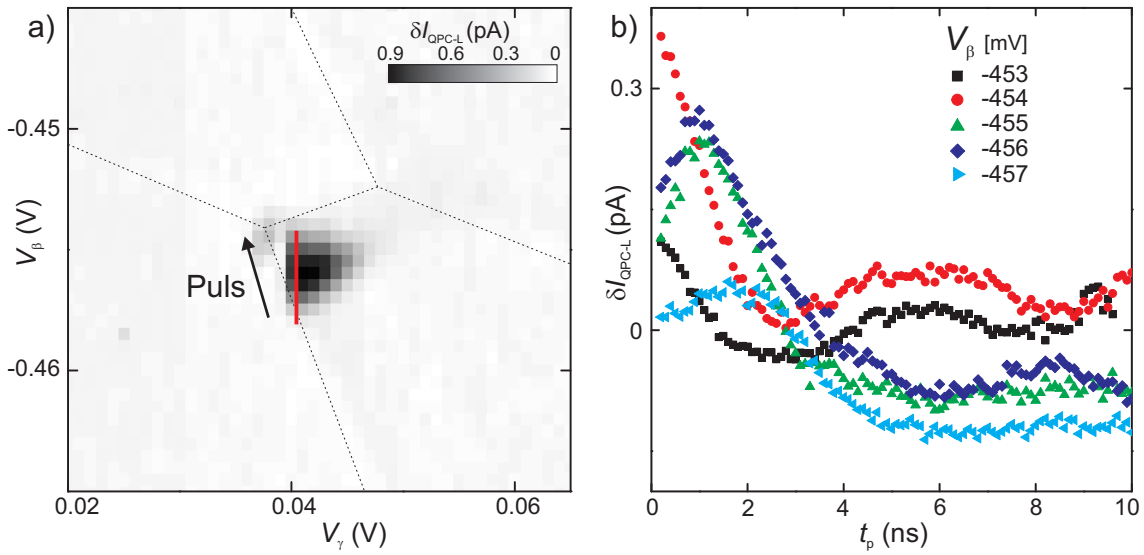


Abbildung 5.31: a) Ausschnitt aus dem Ladediagramm des Doppelquantenpunktes B,C, gemessen während ein Pulsschema mit $t_p = 0.5$ ns und $t_w = 20$ ns angewendet wird, das zusätzlich mit der *Lock-In* Frequenz $f_L = 78$ Hz an- und ausgeschaltet wird. Der schwarze Pfeil zeigt die Richtung und Amplitude der Pulse an. b) Messungen von $\delta I_{\text{QPC-L}}$ in Abhängigkeit von t_p bei $t_w = 50$ ns für verschiedene Gatterspannungen V_β entlang der roten Linie in a).

wie in 5.30b) gezeigt (mit $t_p = 0.5\text{ ns}$, $t_w = 20\text{ ns}$ und $f_L = 78\text{ Hz}$), bei dem das *Lock-In* Signal $\delta I_{\text{QPC-L}}$ in Graustufen dargestellt ist. Die gestrichelten schwarzen Linien in Abbildung 5.31a) deuten die Position der Ladelinien des Doppelquantenpunkts an¹⁴. In Abbildung 5.31b) ist $\delta I_{\text{QPC-L}}$ in Abhängigkeit von t_p bei $t_w = 50\text{ ns}$ für verschiedene Gatterspannungen V_β entlang der roten Linie in Abbildung 5.31a) gezeigt. Die Messungen zeigen, im Gegensatz zu den in Abbildung 5.29a) gezeigten Daten, ein nicht monotonen Verhalten, das einer gedämpften Oszillation entspricht. Die maximale Amplituden des Signals in Abbildung 5.30a) von $\delta I_{\text{QPC-L}} \approx 0.9\text{ pA}$ ist etwa doppelt so groß wie in b) mit $\delta I_{\text{QPC-L}} \approx 0.4\text{ pA}$. Da in b) die Wartezeit mit $t_w = 50\text{ ns}$ mehr als doppelt so lang ist, ist eine entsprechende Abnahme des Signals aufgrund von Relaxationsprozessen zu erwarten. Auffällig ist jedoch, dass in Abbildung 5.31b) für $t_p > 2\text{ ns}$ teilweise das Signal $\delta I_{\text{QPC-L}} < 0$ wird. Eine mögliche Interpretation ist, dass für $\delta I_{\text{QPC-L}} < 0$ das Pulsschema statt des Übergangs $(0,1) \rightarrow (1,0)$ den inversen Übergang $(1,0) \rightarrow (0,1)$ auslöst. Da die Relaxationszeit möglicherweise länger ist als t_w , würde hier die Initialisierung von $(0,1)$ fehlschlagen und zum Teil $(1,0)$ vorliegen. Da auch Prozesse über die Zuleitungen möglich sind, ist hier eine eindeutige Interpretation schwierig.

Im Falle von kohärentem Tunneln mit einer endlichen Kohärenzzeit sollte $\delta I_{\text{QPC-L}}$ als Funktion von t_p eine gedämpfte Oszillation ausführen (vergleiche Gleichung 2.50). Für verschiedenen Gatterspannungen V_β in Abbildung 5.31b) ändert sich die Asymmetrieenergie Δ zwischen $(1,0)$ und $(0,1)$ und damit, gemäß Gleichung 2.48, auch die Oszillationsfrequenz. In Abbildung 5.32a) ist die Messreihe aus 5.31b) noch einmal gezeigt, hier wurden die einzelnen Messungen jedoch vertikal versetzt um sie übersichtlicher darzustellen. Zusätzlich ist hier gemäß Gleichung 2.50 als durchgezogene rote Linie jeweils eine Modellrechnung angepasst worden, um die Oszillationsfrequenz Ω sowie die Phasenkohärenzzeit T_2^* zu bestimmen. In Abbildung 5.32b) ist Ω (linke y-Achse, schwarze Quadrate) sowie die Phasenkohärenzzeit T_2^* (rechte y-Achse, rote Dreiecke) als Funktion der Asymmetrieenergie Δ aufgetragen, wobei Δ hier aus der Modellrechnung bestimmt wurde. Ω nimmt mit steigendem Δ zu, T_2^* nimmt tendenziell ab, wobei das Maximum $T_2^* \approx 0.7\text{ ns}$ beträgt. Aus der angelegten Gatterspannung V_β und dem Gatterkonversionsfaktor α_B würde man jedoch eine sehr viel stärkere Änderung von Δ und damit auch Ω erwarten¹⁵. Das beobachtete Verhalten passt also qualitativ gut zu kohärenten Ladungsoszillationen, quantitativ weicht es jedoch ab. In den hier präsentierten Messungen ist die Kohärenzzeit aufgrund von thermischem und externem Rauschen zu kurz, um ausgeprägtere Ladungsoszillationen aufzulösen¹⁶. In einer vor kurzem veröffentlichten Arbeit von K. Petersson *et al.* wurde

¹⁴Die entsprechende DC-Messung ist aufgrund von unterschiedlichen Zeitkonstanten in Zusammenspiel mit den verwendeten Gattertiefpässen leicht verschoben

¹⁵Die Spannung wurde hier um $\Delta V_\beta = 4\text{ mV}$ geändert, mit $\alpha_B \approx 0.1$ ergibt sich $\Delta \approx 400\text{ } \mu\text{eV}$.

¹⁶Die Messungen wurden ohne SD-Tieftemperaturfilter und Tieftemperaturdämpfungsglieder

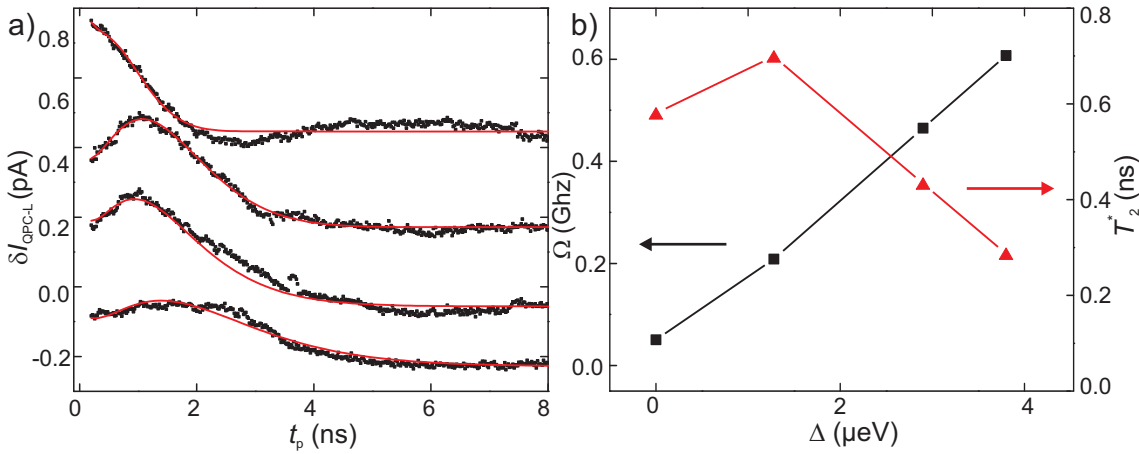


Abbildung 5.32: a) Die Messreihe aus Abb. 5.31b) ist hier erneut gezeigt, wobei die einzelnen Kurven vertikal versetzt wurden. Die roten durchgezogenen Linien sind Modellrechnungen nach Gleichung 2.50. b) Aufgetragen ist die, aus dem Modell berechneten, Oszillationsfrequenzen Ω (schwarze Quadrate bezogen auf die linke y-Achse) und die Phasenkohärenzzeit T_2^* (rote Dreiecke bezogen auf die rechte y-Achse) gegen die Asymmetrienergie Δ .

ein ähnliches Experiment durchgeführt, das sehr deutliche Ladungsoszillationen zeigte mit $T_2^* \approx 7 \text{ ns}$ [55]. Dort wurde auch eine quantitative Übereinstimmung beobachtet. Inzwischen wurde unser Messaufbau deutlich verbessert, so dass vergleichbare Resultate möglich sein sollten.

Durch Übersprechen hervorgerufene Effekte

Neben kohärenten Ladungsoszillationen kann auch hochfrequentes Übersprechen zwischen den Gattern und dem QPC ein mit t_p oszillierendes Signal verursachen. Durch den HF-Probenhalter wurden diese Effekte zwar gegenüber dem Standardprobenhalter deutlich verringert (siehe Kapitel 4.4.6) jedoch nicht gänzlich ausgeschlossen. In Abbildung 5.33 ist $\delta I_{\text{QPC-L}}$ gegen t_p aufgetragen. Man erkennt ein oszillierendes Verhalten von $\delta I_{\text{QPC-L}}$, wobei die Amplitude des Signals um eine Größenordnung kleiner ist, als das in Abbildung 5.31b) gezeigte. Die Form der Oszillationen ähnelt zwar dem erwarteten Verhalten bei kohärenten Ladungsoszillationen, wie auch die in rot eingezeichnete Modellkurve suggeriert, die Oszillationsfrequenz ist jedoch völlig unabhängig von Δ . Das Signal tritt sogar unabhängig von der Position im Ladediagramm auf, ist also nicht mit einer Resonanzbedingung des Doppelquantenpunkts verknüpft. Die Amplitude skaliert vielmehr mit der Pulsamplitude V_p , was auf direktes Übersprechen

den durchgeführt.

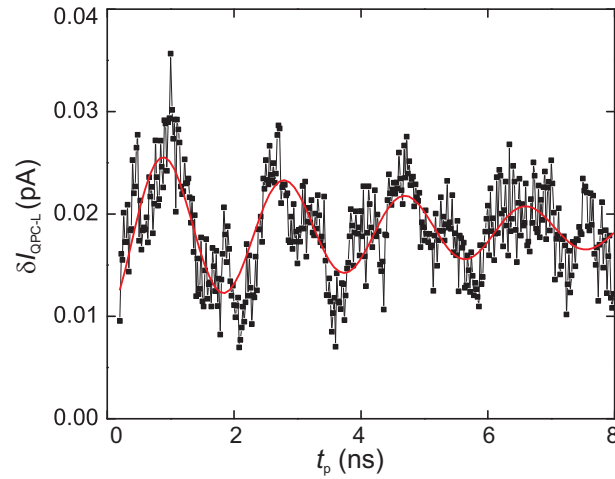


Abbildung 5.33: Messungen von $\delta I_{\text{QPC-L}}$ in Abhängigkeit von t_p für $t_w = 50 \text{ ns}$ und $V_p \approx 5 \text{ mV}$. Die hier auftretenden Oszillationen lassen sich nicht mit kohärenten Ladungsozillationen erklären, sondern stellen viel wahrscheinlicher ein Messartefakt durch hochfrequentes Übersprechen dar.

schließen lässt. Dieses Verhalten wurde auch in den Messungen im Rahmen der Diplomarbeit von Max Empl beobachtet [125].

Die genaue Ursache für das Zustandekommen dieses sehr periodischen Übersprechens ist noch nicht bekannt. Möglich wäre, dass stehende Wellen in den HF-Kabeln zwischen *bias-tee* und Gatter ein frequenzabhängiges Übersprechen verursachen. Durch den Einsatz des modifizierten HF-Probenhalters mit integrierten *bias-tees* (siehe Abb. 4.20) werden stehende Wellen effektiv unterdrückt, da der Abstand zwischen *bias-tee* und Gatter hier kürzer ist als typische Wellenlängen. Es existieren aber noch keine Vergleichsmessungen, die das erwartete Verschwinden des Übersprecheffektes bestätigen könnten.

Auch Vielfachreflexionen zwischen Probe und den thermischen Ankopplungen wären eine mögliche Ursachen für das oszillierende Signal. Vielfachreflexionen lassen sich durch Dämpfungsglieder direkt vor der Probe unterdrücken, die in Kombination mit dem modifizierten HF-Probenhalter ohnehin eingebaut wurden um thermisch induziertes Rauschen zu dämpfen. In beiden Fällen sollte also das in Abhängigkeit von t_p oszillierende Störsignal durch den Einsatz des neuen Probenhalters reduziert werden.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die elektronischen Eigenschaften von elektrostatisch definierten Quantenpunktsystemen in GaAs/AlGaAs Heterostrukturen untersucht. Ein mit wenigen Elektronen beladener Doppelquantenpunkt lässt sich als quantenmechanisches Zweiniveausystem beschreiben und eignet sich somit zur Definition eines Ladungsqubits. Um ein Ladungsqubit zu initialisieren und zu manipulieren sind Hochfrequenzexperimente notwendig. Zum Auszulesen des Qubitzustandes kann ein Quantenpunktkontakt verwendet werden, der kapazitiv an das Quantenpunktsystem gekoppelt ist und als Ladungsdetektor fungiert. Diese Arbeit befasst sich insbesondere mit dem Aufbau eines geeigneten Hochfrequenzmessplatzes, gepulsten Messungen sowie den möglichen Rückkopplungen die ein Ladungsdetektor auf das zu untersuchenden System hat.

Im Laufe dieser Arbeit wurde ein Mischkryostat für Hochfrequenzexperimente umgerüstet. Mit diesem Aufbau ist es möglich sehr kurze Spannungspulse, mit einer minimalen Pulslänge von bis zu $t_p \simeq 150\text{ps}$, auf die Kontrollgatter eines Doppelquantenpunkts zu übertragen. Diese Pulse können gezielt Übergänge von einzelnen Elektronen zwischen den Quantenpunkten anregen. Solche Übergänge werden mit einem Quantenpunktkontakt Ladungsdetektor ausgelesen. Dabei konnte durch den Einsatz eines speziell angepassten Hochfrequenzprobenhalters das elektrische Übersprechen zwischen den Leitungen, das durch das hochfrequente Signal auftreten kann, soweit reduziert werden, dass die Ladungsdetektion nicht gestört wurde. Der Messaufbau ermöglicht somit zeitaufgelöste Messungen der Dynamik von Elektronen in gekoppelten Quantenpunkten, im sub-Nanosekunden Bereich. Verschiedene Kopplungsregime der Quantenpunkte an die Zuleitungen wurden untersucht. Durch das Anwenden eines Ratenvergleichsmodells wurden aus den durchgeführten Messungen Relaxationsraten und Tunnelraten bestimmt.

In einem weiterführenden Experiment wurden erste Anzeichen für kohärente Ladungssoszillationen in einem Doppelquantenpunkt beobachtet. Aus der Auswertung ergibt sich eine Ladungskohärenzzeit von $T_2^* \simeq 0.7\text{ns}$. Um die Kohärenzzeit zu verlängern wurden zusätzliche Verbesserungen am Messaufbau vorgenommen, die jedoch bis jetzt noch nicht getestet werden konnten.

Des weiteren wurden die Rückkopplungen eines Quantenpunktkontakts, der als Ladungsdetektor betrieben wird, auf einen Doppelquantenpunkt untersucht. Ein Quantenpunktkontakt, über den eine Spannung V_{QPC} angelegt wird, emittiert Ladungsträger, die eine maximale Überschussenergie von $E = |eV_{\text{QPC}}|$ tragen. Diese Energie kann von einem Elektron im Doppelquantenpunkt absorbiert werden und Übergänge zwischen den Quantenpunkten (oder den Quantenpunkten und den Zuleitungen) induzieren. Solche Übergänge finden zwar häufig statt, können jedoch nur unter bestimmten Voraussetzungen im Doppelquantenpunkt detektiert werden.

In einem Regime mit sehr asymmetrischer Kopplung des Doppelquantenpunktes an die Zuleitungen konnte die absorbierte Energie spektroskopiert werden. Mit dieser Technik wurden zwei Mechanismen zum Austausch von Energie identifiziert, nämlich akustischen Phononen und indirekte Coulomb-Wechselwirkung. Der Energieübertrag mittels Streuung an akustischen Phononen ist durch die maximale Energie, die durch Energie- und Impulserhaltung vorgegeben ist, hier auf $E_{ph}^{\text{max}} \simeq 1 \text{ meV}$ begrenzt.

Darüber hinaus findet Energieaustausch durch indirekte Coulomb-Wechselwirkung über Elektronstreuung in den Zuleitungen statt. Werden Elektronen an einer der Tunnelbarrieren, die einen Quantenpunkt mit der Zuleitung verbindet, reflektiert, kann aufgrund der Nähe besonders effektiv Energie mit dem Quantenpunktsystem über die Coulomb-Wechselwirkung ausgetauscht werden. Diese Prozesse kann man aufgrund der vorangegangenen Streuprozesse als indirekte Coulomb-Wechselwirkung bezeichnen. Die Energie, die dabei ausgetauscht wird, ist typischerweise geringer als $|eV_{\text{QPC}}|$, da durch inelastische Streuprozesse bereits Energie verloren gegangen sein kann.

Bei starker Tunnelkopplung der beiden Quantenpunkte wurde ein Interferenzeffekt gefunden, der auf kohärente Absorption von akustischen Phononen hinweist. Dabei wird ein delokalisiertes Elektron im Doppelquantenpunkt, ähnlich wie in einem Doppelspaltexperiment, über zwei mögliche Pfade angeregt und kann je nach Phase des Phonons konstruktiv oder destruktiv mit sich selbst interferieren. Die Interferenz verschwindet sobald die Tunnelkopplung klein gegenüber der Phasenkohärenzzeit wird. Die so abgeschätzte Phasenkohärenzzeit liegt bei $T_2^* \simeq 50 \text{ ps}$. Durch Rückkopplungen des stark getriebenen Quantenpunktkontakts wird die Phasenkohärenzzeit in diesem Fall um etwa den Faktor zehn gegenüber der in gepulsten Messungen ermittelten Phasenkohärenzzeit verkürzt.

Durch den Einsatz geeigneter Filter in den Zuleitungen, die im Rahmen dieser Arbeit in den Messaufbau integriert wurden, lässt sich die Phasenkohärenzzeit weiter erhöhen. In neueren Messungen, die von Daniela Taubert durchgeführt wurden und bei denen die Filter zum Einsatz kamen, konnte eine Phasenkohärenzzeit von $T_2^* \simeq 500 \text{ ps}$ aus der kohärenten Absorption von Phononen ermittelt werden. Reduziert man nun die Rückkopplungen des Detektors, indem man ihn

bei sehr niedriger Spannung betreibt und den Leitwert klein wählt, sollte sich die Phasenkohärenzzeit auf $T_2^* \simeq 5 \text{ ns}$ erhöhen lassen. Dies eröffnet unter anderem die Möglichkeit kohärenten Ladungstransfer mittels adiabatischer Passage (CTAP) in einem Dreifachquantenpunkt durchzuführen.

Anhang A

A.1 Heterostruktur

Die verwendete Heterostruktur (D040124A) wurde nach folgendem Wachstumsprotokoll mittels Molekularstrahl Epitaxie (englisch: *molecular beam epitaxy*, MBE) am Lehrstuhl von Prof. W. Wegscheider an der Universität Regensburg gewachsen. Die Heterostruktur hat 30% Al Anteil. Die obersten 70nm sind homogen Si dotiert.

GaAs	5 nm	Si dotiert
Al _{0.3} Ga _{0.7} As	65 nm	Si dotiert
Al _{0.3} Ga _{0.7} As	20 nm	
		2DES
GaAs	500 nm	
GaAs / AlGaAs Übergitter	3 / 7 nm	100mal
GaAs	300 nm	

Ladungsträgerdichte n_e und Beweglichkeit μ des unbehandelten *wafers* laut Wachstumsprotokoll:

	n_e (cm ⁻²)	μ (cm ² /Vs)
4.2K unbeleuchtet	2.8×10^{11}	1.3×10^6
1 K unbeleuchtet	2.78×10^{11}	1.4×10^6

A.2 Prozessparameter

Reinigen der Proben

Bei der Durchführung der folgenden Schritte sollte ein Abtrocknen der Probe vermieden werden. Weiterhin ist es von Vorteil, die Probe während der Reinigung mit der Oberfläche nach unten zu halten, so dass gelöste Schmutzpartikel auf den Glasboden sinken. Die aufgeführten Schritte könne je nach Reinheitsgrad der Probe beliebig kombiniert werden.

Aceton	15 min Einlegen
Ultraschall	5 s bei 10 % Leistung
Aceton	Spülen in warmem Aceton
Linienreinigungspapier	Abwischen von Partikeln im Acetonbad
Aceton	Spülen in kaltem Aceton
Isopropanol	Spülen in Isopropanol
N ₂	Trockenblasen

Nasschemisches Ätzen der Mesa

Photolack	Shipley Microposit 1813
Lackschleuder	3 s bei 800 rpm, 30 s bei 6000 rpm, 3 s bei 7500 rpm
Ausbacken	90 s bei 115° C
Belichten	20 s, Wellenlänge $\lambda = 405 \text{ nm}$
Entwickeln	20 s mit Shipley Microposit 351 B (1:3)
GaAs-Ätze	$\text{H}_2\text{O} : \text{H}_2\text{SO}_4 : \text{H}_2\text{O}_2 = 100 : 3 : 1$
Ätzdauer	75 – 100 s
Ätzrate	0.8 - 1 nm/s

Ohmsche Kontakte

Photolack	Shipley Microposit 1813
Lackschleuder	2 s bei 800 rpm, 30 s bei 4500 rpm, 5 s bei 8000 rpm
Ausbacken	90 s bei 115° C
Belichten	20 s, Wellenlänge $\lambda = 405 \text{ nm}$
Entwickeln	20 s mit Shipley Microposit 351 B (1:3)
Aufdampfen	60 nm AuGe, 10 nm Ni, 60 nm AuGe
Lack ablösen	Aceton für >5 min
Einlegieren	5 min bei 110° C, 4 min bei 360° C, 1.5 min bei 420° C

Gatter, optische Lithographie

Photolack	Shipley Microposit 1813
Lackschleuder	3 s bei 800 rpm, 30 s bei 6000 rpm, 5 s bei 7500 rpm
Ausbacken	90 s bei 115° C
Belichten	18 s
Entwickeln	18 s mit Shipley Microposit 351 B (1:3)
Aufdampfen	5 nm Ti, 90 nm Au
Lack ablösen	Aceton für >5 min

Gatter, REM Lithographie

Lack	PMMA 500 K molar, 4%-ig in MIBK
Lackschleuder	1 s bei 800 rpm, 30 s mit 5000 rpm
Ausbacken	120 s bei 170° C
Extraktorspannung	5 kV
Blende	10 μm
Schreibstrom	ca. 10 pA
Vergrößerung	500 fach
Schreibfeldgröße	160 $\mu\text{m} \times 160 \mu\text{m}$
Flächendosis	60 $\mu\text{C cm}^{-2}$
Entwickeln	50 s mit Isopropanol:MIBK=3:1
Aufdampfen	3 nm Ti, 30 nm Au
Lack ablösen	Aceton für >5 min

A.3 Hochfrequenz Komponenten

Streifenleiter auf Saphir für thermische Ankopplungen

Ausgangsmaterial	Saphir (Al_2O_3), Dicke 0.5 mm
Reinigen	Acteon, Ultraschall-Bad 2 min bei 100%, O_2 Plasma (Lab Ash) 60 W für 5 min
Aufdampfen	3 nm Ti, 50 nm Au
Photolack	micro resist ma-P 1240
Lackschleuder	50 s bei 1500 rpm
Ausbacken	10 min bei 103 °C
Belichten	9 min, Folienmaske
Entwickeln	7 min mit micro resist ma-D336 (3:7)
Kontakte	mit Aceton am Rand wischen
Reinigen	O_2 Plasma (Lab Ash) 50 W für 5 min mit DI-Wasser spülen
Galvanik	Wasserbad auf 57 °C vorheizen
Galvanik Flüssigkeit	METAKEM, sulfitisches Goldbad
Rührfisch	100 rpm
Kontaktierung	Am Chip -, an der Pt Elektrode +
Strom	über 1 k Ω Vorwiderstand 15 mA für 60 min
Reinigen	Aceton, Ultraschall-Bad 1 min bei 30%
Ätzen	Königswasser 60 s

Strukturieren der Platine für Hochfrequenz Probenhalter

Ausgangsmaterial	TMM 10, Dicke 0.5 mm
Reinigen	Salzsäure 10% für 2 min, danach Isopropanol
Aufdampfen	3 nm Ti, 150 nm Au
Photolack	Shipley Microposit 1813
Lackschleuder	3 s bei 800 rpm, 30 s bei 3000 rpm, 5 s bei 7500 rpm
Ausbacken	90 s bei 115 °C
Belichten	1 min, Folienmaske
Entwickeln	20 s mit 351 B (1:3)
Goldätze	KI / I_2 für 90 s
Stoppen	H_2O
Kupferätzen	Natrium-Persulfat in Ätzküvette oder U-Schall Bad

Literaturverzeichnis

- [1] P. W. Shor, SIAM Journal on Computing **26**, 1484 (1997).
- [2] M. A. Nielsen und I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
- [3] C. Macchiavello, G. M. Palma und A. Zeilinger, *Quantum computation and quantum information theory* (World Scientific, 2000).
- [4] D. P. DiVincenzo, Fortschritte der Physik **48**, 771 (2000).
- [5] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong und Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **91**, 226804 (2003).
- [6] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, Science **309**, 2180 (2005).
- [7] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven und L. M. K. Vandersypen, Nature **442**, 766 (2006).
- [8] A. D. Greentree, J. H. Cole, A. R. Hamilton und L. C. L. Hollenberg, Phys. Rev. B **70**, 235317 (2004).
- [9] D. Schröer, *Tunnelgekoppelte Doppel- und Tripelquantenpunkte im Bereich niedriger Besetzungszahlen*, Dissertation, LMU München, 2007.
- [10] J. H. Cole, A. D. Greentree, L. C. L. Hollenberg und S. D. Sarma, Phys. Rev. B **77**, 235418 (2008).
- [11] R. Dingle, H. L. Stormer, A. C. Gossard und W. Wiegmann, Applied Physics Letters **33**, 665 (1978).
- [12] C. Weisbuch und B. Vinter, *Quantum Semiconductor Structures* (Academic Press, San Diego, 1991).
- [13] G. Bastard, Surface Science **142**, 284 (1984).
- [14] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).

- [15] F. Stern und S. Das Sarma, Phys. Rev. B **30**, 840 (1984).
- [16] J. H. Davies, *The Physics of low-dimensional Semiconductors* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998).
- [17] L. C. Witkowski, T. J. Drummond, C. M. Stanchak und H. Morkoc, Applied Physics Letters **37**, 1033 (1980).
- [18] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [19] S. Adachi, *GaAs and Related Materials* (World Scientific, Singapore, 1994).
- [20] T. J. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrews und G. J. Davies, Phys. Rev. Lett. **56**, 1198 (1986).
- [21] T. Heinzl, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures* (WILEY-VCH, 2003).
- [22] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, Journal of Physics C: Solid State Physics **21**, L209 (1988).
- [23] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel und C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
- [24] D. Harbusch, *Quantenmechanisches Schalten mit ballistischen Elektronen*, Diplomarbeit, LMU München, 2007.
- [25] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. (1957).
- [26] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer und S. Pinhas, Phys. Rev. B **31**, 6207 (1985).
- [27] H. van Houten und C. Beenakker, Physics Today **49**, 22 (1996).
- [28] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw, E. J. Heller, R. M. Westervelt, K. D. Maranowski und A. C. Gossard, Science **289**, 2323 (2000).
- [29] S. M. Cronenwett, H. J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon, L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, K. Hirose, N. S. Wingreen und V. Umansky, Phys. Rev. Lett. **88**, 226805 (2002).
- [30] T. Ihn, *Semiconductor Nanostructures, Quantum states and electronic transport* (Oxford University Press, Oxford, 2009).
- [31] D. Borowsky, *Transportmessungen zur Untersuchung der 0.7-Struktur in Quantenpunktkontakten*, Diplomarbeit, LMU München, 2011.
- [32] M. A. Reed, Scientific American **268**, 118 (1993).

- [33] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. McEuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt und W. N., in *Electron Transport in Quantum Dots*, Herausgeber L. L. Sohn, L. P. Kouwenhoven und G. Schön (Kluwer, 1997).
- [34] H. Grabert und M. H. Devoret, in *Single Charge Tunneling, Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*, Herausgeber H. Grabert und M. H. Devoret (Plenum Press, New York, 1992).
- [35] L. P. Kouwenhoven, N. C. van der Vaart, A. T. Johnson, W. Kool, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, A. A. M. Staring und C. T. Foxon, *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* **85**, 367 (1991-10-21).
- [36] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **44**, 1646 (1991).
- [37] A. D. Stone und P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1196 (1985).
- [38] D. Goldhaber-Gordon, J. Göres, M. A. Kastner, H. Shtrikman, D. Mahalu und U. Meirav, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5225 (1998).
- [39] F. Simmel, *Transporteigenschaften von Quantenpunkten*, Dissertation, LMU München, 1999.
- [40] J. Weis, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Ploog, *Phys. Rev. B* **46**, 12837 (1992).
- [41] A. Hüttel, *Gekoppelte Quantenpunkte im Bereich niedrigster Elektronenzahlen*, Dissertation, LMU München, 2005.
- [42] J. Weis, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4019 (1993).
- [43] D. Pfannkuche und S. E. Ulloa, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1194 (1995).
- [44] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1 (2002).
- [45] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha und L. M. K. Vandersypen, *Rev. of Mod. Phys.* **79**, 1217 (2007).
- [46] D. Schroer, A. D. Greentree, L. Gaudreau, K. Eberl, L. C. L. Hollenberg, J. P. Kotthaus und S. Ludwig, *Phys. Rev. B* **76**, 075306 (2007).
- [47] T. Fujisawa, T. Hayashi, H. D. Cheong, Y. H. Jeong und Y. Hirayama, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **21**, 1046 (2004).
- [48] T. Fujisawa, G. Shinkai, T. Hayashi und T. Ota, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **43**, 730 (2011).
- [49] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloë, *Quantum Mechanics* (John Wiley & Sons, New-York, 1977).
- [50] F. Bloch, *Phys. Rev.* **70**, 460 (1946).

- [51] L. DiCarlo, H. J. Lynch, A. C. Johnson, L. I. Childress, K. Crockett, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 226801 (2004).
- [52] J. R. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 186802 (2004).
- [53] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin und J. S. Tsai, *Nature* **398**, 786 (1999).
- [54] T. Fujisawa, T. Hayashi und Y. Hirayama, *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures* **22**, 2035 (2004).
- [55] K. D. Petersson, J. R. Petta, H. Lu und A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 246804 (2010).
- [56] K. Bergmann, H. Theuer und B. W. Shore, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1003 (1998).
- [57] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore und K. Bergmann, *Annual Review of Physical Chemistry* **52**, 763 (2001).
- [58] U. Gaubatz, P. Rudecki, S. Schiemann und K. Bergmann, *The Journal of Chemical Physics* **92**, 5363 (1990).
- [59] M. Pioro-Ladrière, M. R. Abolfath, P. Zawadzki, J. Lapointe, S. A. Studenikin, A. S. Sachrajda und P. Hawrylak, *Phys. Rev. B* **72**, 125307 (2005).
- [60] J. Rech und S. Kehrein, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 136808 (2011).
- [61] E. Alcobi, *Decoherence in adiabatic Passage*, Masters Thesis, The Technion - Israel Institute of Technology, 2007.
- [62] L. M. Jong und A. D. Greentree, *Phys. Rev. B* **81**, 035311 (2010).
- [63] H. Taub und D. L. Schilling, *Principles of Communication Systems* (McGraw-Hill Companies, New-York, 1986).
- [64] T. Ihn, S. Gustavsson, U. Gasser, R. Leturcq, I. Shorubalko und K. Ensslin, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **42**, 803 (2010).
- [65] R. Aguado und L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1986 (2000).
- [66] S. Gustavsson, M. Studer, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 206804 (2007).
- [67] V. S. Khrapai, S. Ludwig, J. P. Kotthaus, H. P. Tranitz und W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 176803 (2006).
- [68] E. Onac, F. Balestro, L. H. W. van Beveren, U. Hartmann, Y. V. Nazarov und L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 176601 (2006).
- [69] A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [70] C. M. Caves, *Phys. Rev. D* **26**, 1817 (1982).

- [71] M. H. Devoret und R. J. Schoelkopf, *Nature* **406**, 1039 (2000).
- [72] C. E. Young und A. A. Clerk, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 186803 (2010).
- [73] A. Szafer und A. D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 300 (1989).
- [74] G. B. Lesovik, *JETP Lett.* **49**, 592 (1989).
- [75] Y. P. Li, D. C. Tsui, J. J. Heremans, J. A. Simmons und G. W. Weimann, *Applied Physics Letters* **57**, 774 (1990).
- [76] M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **46**, 12485 (1992).
- [77] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman und D. Mahalu, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3340 (1995).
- [78] M. H. Devoret, D. Esteve, H. Grabert, G.-L. Ingold, H. Pothier und C. Urbina, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1824 (1990).
- [79] B. Küng, S. Gustavsson, T. Choi, I. Shorubalko, O. Pfäffli, F. Hassler, G. Blatter, M. Reinwald, W. Wegscheider, S. Schön, T. Ihn und K. Ensslin, *Entropy* **12**, 1721 (2010).
- [80] U. Hartmann, *Decoherence and Measurement of Charge Qubits in Double Quantum Dots*, Dissertation, LMU München, 2005.
- [81] S. Gustavsson, I. Shorubalko, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin und S. Schon, *Phys. Rev. B* **78**, 035324 (2008).
- [82] B. Kung, S. Gustavsson, T. Choi, I. Shorubalko, T. Ihn, S. Schon, F. Hassler, G. Blatter und K. Ensslin, *Phys. Rev. B* **80**, 115315 (2009).
- [83] G. F. Giuliani und J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **26**, 4421 (1982).
- [84] M. P. Jura, M. Grobis, M. A. Topinka, L. N. Pfeiffer, K. W. West und D. Goldhaber-Gordon, *Phys. Rev. B* **82**, 155328 (2010).
- [85] D. Taubert, G. J. Schinner, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, C. Tomaras, S. Kehrein und S. Ludwig, *Phys. Rev. B* **82**, 161416 (2010).
- [86] G. Schinner, *Heiße Elektronen- und Phononenspektroskopie in zweidimensionalen Strukturen*, Diplomarbeit, LMU München, 2007.
- [87] G. J. Schinner, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, J. P. Kotthaus und S. Ludwig, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 186801 (2009).
- [88] V. S. Khrapai, S. Ludwig, J. P. Kotthaus, H. P. Tranitz und W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 096803 (2007).
- [89] V. Khrapai, S. Ludwig, J. Kotthaus, H. Tranitz und W. Wegscheider, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **40**, 995 (2008).

- [90] V. S. Khrapai, S. Ludwig, J. P. Kotthaus, H. P. Tranitz und W. Wegscheider, *Journal of Physics: Condensed Matter* **20**, 454205 (2008).
- [91] U. Gasser, S. Gustavsson, B. Kung, K. Ensslin, T. Ihn, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **79**, 035303 (2009).
- [92] J. Bardeen und W. Shockley, *Phys. Rev.* **80**, 72 (1950).
- [93] F. T. Vasko und V. V. Mitin, *Phys. Rev. B* **52**, 1500 (1995).
- [94] C. Jasiukiewicz, *Semiconductor Science and Technology* **13**, 537 (1998).
- [95] D. Taubert, *Wechselwirkungseffekte in parallelen und seriellen Doppelquantenpunktstrukturen*, Diplomarbeit, LMU München, 2008.
- [96] T. Fujisawa, T. H. Oosterkamp, W. G. van der Wiel, B. W. Broer, R. Aguado, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Science* **282**, 932 (1998).
- [97] T. Brandes und B. Kramer, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3021 (1999).
- [98] P. Roulleau, S. Baer, T. Choi, F. Molitor, J. Güttinger, T. Müller, S. Dröscher, K. Ensslin und T. Ihn, *Nature Communications* **2**, 239 (2011).
- [99] W. Ruythooren, K. Attenborough, S. Beerten, P. Merken, J. Fransaer, E. Beyne, C. Van Hoof, J. J. De Boeck und J. P. Celis, *Journal of Micromechanics and Microengineering* **10**, 101 (2000).
- [100] P. Treutlein, *Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips*, Dissertation, LMU München und MPQ, 2008.
- [101] P. Böhi, *Coherent manipulation of ultracold atoms with microwave near-fields*, Dissertation, LMU München, 2010.
- [102] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures* (Springer-Verlag, Berlin, 1992).
- [103] C. Rössler, *Elektronische und optische Eigenschaften freitragender Nanostrukturen*, Dissertation, LMU München, 2008.
- [104] D. A. Zorin, *Review of Scientific Instruments* **66**, 4296 (1995).
- [105] D. C. Glatthli, P. Jacques, A. Kumar, P. Pari und L. Saminadayar, *Journal of Applied Physics* **81**, 7350 (1997).
- [106] K. Bladh, D. Gunnarsson, E. Hurfeld, S. Devi, C. Kristoffersson, B. Smalander, S. Pehrson, T. Claeson, P. Delsing und M. Taslakov, *Review of Scientific Instruments* **74**, 1323 (2003).
- [107] H. Bluhm und K. A. Moler, *Review of Scientific Instruments* **79**, 014703 (2008).

- [108] DL Instruments, *Instruction and Maintenance Manual, DL Instruments Model 1211 Current Preamplifier*, 1991.
- [109] A. Lukashenko und A. V. Ustinov, *Review of Scientific Instruments* **79**, 014701 (2008).
- [110] M. Hashisaka, Y. Yamauchi, K. Chida, S. Nakamura, K. Kobayashi und T. Ono, *Review of Scientific Instruments* **80**, 096105 (2009).
- [111] E. Hering, K. Bressler und J. Gutekunst, *Elektronik für Ingenieure* (Springer-Verlag, Berlin, 1998).
- [112] Agilent Technologies, AppCAD, <http://www.hp.woodshot.com/>.
- [113] Rogers Corporation, Microwave Impedance Calculator, www.rogerscorporation.com.
- [114] Rogers Corporation, TMM Thermoset laminat data sheet, www.rogerscorporation.com.
- [115] B. Rimpfl, *Herstellung eines Hochfrequenzprobenhalters* (LMU München, 2008).
- [116] P. Horowitz und W. Hill, *The Art of Electronics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
- [117] Stanford Research Systems, *SR830 Operating Manual and Programming Reference*, 1993.
- [118] M. Field, C. G. Smith, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones und D. G. Hasko, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1311 (1993).
- [119] D. Sprinzak, Y. Ji, M. Heiblum, D. Mahalu und H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 176805 (2002).
- [120] J. M. Elzerman, R. Hanson, J. S. Greidanus, L. H. Willems van Beveren, S. De Franceschi, L. M. K. Vandersypen, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. B* **67**, 161308 (2003).
- [121] D. Taubert, M. Pioro-Ladrière, D. Schröer, D. Harbusch, A. S. Sachrajda und S. Ludwig, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 176805 (2008).
- [122] L. Gaudreau, S. A. Studenikin, A. S. Sachrajda, P. Zawadzki, A. Kam, J. Lapointe, M. Korkusinski und P. Hawrylak, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 036807 (2006).
- [123] L. Gaudreau, A. Kam, G. Granger, S. A. Studenikin, P. Zawadzki und A. S. Sachrajda, *Applied Physics Letters* **95**, 193101 (2009).
- [124] G. Granger, L. Gaudreau, A. Kam, M. Pioro-Ladrière, S. A. Studenikin, Z. R. Wasilewski, P. Zawadzki und A. S. Sachrajda, *Phys. Rev. B* **82**, 075304 (2010).

- [125] M. Empl, *Radiofrequenzspektroskopie an tunnelgekoppelten Dreifachquantenpunkten, Pulsexperimente und Charakterisierung*, Diplomarbeit, LMU München, 2010.
- [126] J. Weis, R. J. Haug, K. von Klitzing und K. Ploog, *Semiconductor Science and Technology* **10**, 877 (1995).
- [127] A. W. Rushforth, C. G. Smith, M. D. Godfrey, H. E. Beere, D. A. Ritchie und M. Pepper, *Phys. Rev. B* **69**, 113309 (2004).
- [128] L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa und H. Sakaki, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3443 (1994).
- [129] G. Timp, R. E. Behringer und J. E. Cunningham, *Phys. Rev. B* **42**, 9259 (1990).
- [130] T. Sakamoto, Y. Nakamura und K. Nakamura, *Applied Physics Letters* **67**, 2220 (1995).
- [131] M. Pioro-Ladrière, J. H. Davies, A. R. Long, A. S. Sachrajda, L. Gaudreau, P. Zawadzki, J. Lapointe, J. Gupta, Z. Wasilewski und S. Studenikin, *Phys. Rev. B* **72**, 115331 (2005).
- [132] C. Buizert, F. H. L. Koppens, M. Pioro-Ladrière, H.-P. Tranitz, I. T. Vink, S. Tarucha, W. Wegscheider und L. M. K. Vandersypen, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 226603 (2008).
- [133] D. Harbusch, D. Taubert, H. P. Tranitz, W. Wegscheider und S. Ludwig, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 196801 (2010).
- [134] E. Zakka-Bajjani, J. Ségala, F. Portier, P. Roche, D. C. Glatli, A. Cavaña und Y. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 236803 (2007).
- [135] L. Gaudreau, D. Taubert, D. Harbusch, , A. Kam, G. Granger, C. E. Young, A. A. Clerk, S. A. Studenikin, P. Zawadzki, Z. R. Wasilewski, A. S. Sachrajda und S. Ludwig, in Vorbereitung (2011).
- [136] D. Harbusch, S. Manus, H. P. Tranitz, W. Wegscheider und S. Ludwig, *Phys. Rev. B* **82**, 195310 (2010).
- [137] J. R. Petta, A. C. Johnson, A. Yacoby, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **72**, 161301 (2005).
- [138] S. Kohler, J. Lehmann und P. Hänggi, *Physics Reports* **406**, 379 (2005).

Publikationsliste

- *Radio frequency pulsed-gate charge spectroscopy on coupled quantum dots*
D. Harbusch, S. Manus, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, and S. Ludwig
Phys. Rev. B **82**, 195310 (2010)
- *Phonon-mediated vs. Coulombic Back-Action in Quantum Dot circuits*
D. Harbusch, D. Taubert, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, and S. Ludwig
Phys. Rev. Lett. **104**, 196801 (2010)
- *A Schottky top-gated two-dimensional electron system in a nuclear spin free Si/SiGe heterostructure*
J. Sailer, V. Lang, G. Abstreiter, G. Tsuchiya, K. M. Itoh, J. W. Ager, E. E. Haller, D. Kupidura, D. Harbusch, S. Ludwig, and D. Bougeard
Phys. Status Solidi RRL 3, **No. 2**, 61-63 (2009)
- *Telegraph noise in coupled quantum dot circuits induced by a quantum point contact*
D. Taubert, M. Pioro-Ladrière, D. Schröer, D. Harbusch, A.S. Sachrajda, and S. Ludwig
Phys. Rev. Lett. **100**, 176805 (2008)

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich noch allen danken, die mich während meiner Doktorarbeit unterstützt und begleitet haben und dafür gesorgt haben, dass die Zeit am Lehrstuhl Kotthaus mir immer in bester Erinnerung bleiben wird.

Jörg Kotthaus danke ich dafür, dass ich an seinem Lehrstuhl arbeiten konnte, für die stets angenehme Atmosphäre hier und dass es uns Doktoranden an kaum etwas mangelt!

Stefan Ludwig danke ich für die gute Betreuung und das in mich gesetzte Vertrauen eine so anspruchsvolle Aufgabe wie CTAP zu realisieren. Auch wenn es noch nicht ganz geschafft ist hoffe ich, dass diese Arbeit dazu beiträgt, dass es bald soweit ist.

Werner Wegscheider, Hans-Peter Tranitz und Dieter Schuh möchte ich für die Bereitstellung der hervorragenden Heterostruktur danken.

Meinen Zimmergenossen und mit-Doktoranden Gunnar Petersen, Daniela Taubert, Georg Schinner und Erik Hoffmann gebührt Dank für die vielen gemeinsamen (meist produktiven und manchmal herrlich unproduktiven) Stunden in Labor und Büro.

Quirin Unterreithmeier danke ich für den LABMASTER, die vielen hilfreichen und unterhaltsamen Diskussionen und seine unerschütterliche Mathematika Begeisterung.

Stephan Manus möchte ich für die unentbehrliche Hilfe bezüglich Hochfrequenztechnik und Elektronik danken. Ich habe sehr viel von Dir gelernt!

Dem Reinraum-Team Philipp Altpeter und Reinhold Rath danke ich für die gute Zusammenarbeit und dafür, dass der Reinraum stets in gutem Zustand ist.

Alexander Paul gebührt ein extra Dank, dass er mich zu Beginn der Doktorarbeit beim Biegen der HF-Kabel tatkräftig unterstützt hat!

Pit Kirmaier und Wolfgang Kurpas danke ich für den steten Nachschub an flüssigem Stickstoff und Helium, ohne den hier nichts laufen würde!

Den alt-Doktoranden Daniel Schröer, Clemens Rössler und Dawid Kupidura möchte ich für die geleistete Vorarbeit danken.

Dem Kryostaten *Bluna* möchte ich ebenfalls danken, dafür dass er in all der Zeit, in der ich messen durfte, problemlos lief und kein Leck hatte!

Der *Munich-Coffee-Group*, der ich zuletzt sogar angehören durfte, und den treuen Kaffeetrinkern danke ich für viele gemeinsame Stunden und noch mehr Koffein. Und Kuchen!

Außerdem möchte ich noch den treuen Mensa-Gängern danken, die pünktlich um 11:45 zur Mensa rufen.

Schließlich danke ich noch meinen Eltern, die mich stets unterstützt haben.

Und ganz zum Schluss möchte ich noch Marion und Anna danken, dafür dass es auch außerhalb des Labors nie langweilig wurde ♡